

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA TÉRMICA Y DE
FLUIDOS



Trabajo Fin de Grado

ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA ESTABILIDAD DE UN
CHORRO FRENTE A UN FORZADO ARMÓNICO

Autor

Cynthia Tíscar Pérez

Tutor

Wilfried Coenen

Leganés, Septiembre 2015

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar quiero agradecer profundamente a mi tutor Wilfried Coenen por ofrecerme la posibilidad de realizar el trabajo con él. Gracias por toda su dedicación, paciencia, disponibilidad y el trato recibido por su parte.

Gracias a todos los profesores que he tenido a lo largo de la carrera por aportarme los conocimientos necesarios para poder seguir progresando como estudiante y persona.

Agradecer a mis padres todo el apoyo recibido en todo momento de la carrera y en mi vida en general, por confiar en mí, por animarme a seguir estudiando cuando lo he pasado mal y darme todo cuanto he necesitado. Gracias por haberme proporcionado la mejor educación y darme valiosas lecciones de vida.

A mi hermano, por ayudarme cada vez que he tenido cualquier problema con el ordenador y por ser además de mi hermano, un amigo.

A todas aquellas maravillosas personas se han convertido en amigos y me han ayudado a lo largo de la carrera.

Gracias a todos mis amigos y familiares.

RESUMEN

Se ha estudiado la estabilidad hidrodinámica de un chorro laminar axisimétrico proyectado desde una tobera, el cual descarga a un ambiente en reposo con la misma densidad. Introduciendo una perturbación con amplitud adimensional \mathcal{E} en la velocidad de salida, se ha medido como varía la respuesta del chorro para distintos valores de números de Reynolds y distintas frecuencias del forzado. Éstas últimas se expresan adimensionalmente por el número de Strouhal. Se ha observado que las perturbaciones se amplifican, formando vórtices aguas abajo, cuya dinámica se ha estudiado en detalle.

Se han seleccionado números de Reynolds comprendidos entre $60 < Re < 600$, garantizando el régimen laminar del chorro. Las frecuencias se han variado entre $0.20 < St < 0.45$. Entre estos números estudiados se encontrará uno para el cual la onda consigue su máxima amplificación. La amplitud del forzado se ha mantenido pequeña, entre $0.01 < \mathcal{E} < 0.001$.

Las herramientas numéricas utilizadas han sido Ansys FLUENT para la simulación, y MATLAB para el post-proceso.

Se ha comprobado que a mayor número de Reynolds, mayor amplificación de las perturbaciones. También se ha observado que hay una frecuencia de forzado óptima, alrededor de $St = 0.35$.

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS.....	Pág. iii
RESUMEN.....	Pág. v
1. INTRODUCCIÓN.....	Pág. 1
1.1. Revisión bibliográfica.....	Pág. 1
1.2. Objetivos.....	Pág. 14
1.3. Planning y presupuesto.....	Pág. 15
2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	Pág. 17
2.1. Geometría.....	Pág. 17
2.2. Ecuaciones de Navier-Stokes.....	Pág. 18
2.3. Adimensionalización.....	Pág. 19
2.4. Condiciones iniciales y de contorno.....	Pág. 21
2.5. Estabilidad lineal frente a un forzado armónico.....	Pág. 23
3. IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA.....	Pág. 25
3.1. Dominio.....	Pág. 25
3.1.1. Influencia de las dimensiones del dominio.....	Pág. 25
3.2. Mallado.....	Pág. 32
3.2.1. Estudio de convergencia del refinado de la malla.....	Pág. 33
3.3. Condiciones de contorno (Boundary conditions).....	Pág. 39
3.4. Problema estacionario.....	Pág. 41
3.5. Problema transitorio.....	Pág. 42
3.6. Postproceso en Matlab.....	Pág. 44
4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	Pág. 46
4.1. Dinámica y estructura del flujo.....	Pág. 46
4.2. Respuesta ante el forzado armónico.....	Pág. 50

5. CONCLUSIONES Y FUTUROS TRABAJOS.....	Pág. 65
APÉNDICE A.....	Pág. 67
APÉNDICE B.....	Pág. 79
BIBLIOGRAFÍA.....	Pág. 85

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Revisión bibliográfica

Numerosos análisis teóricos y experimentales se han realizado en los últimos cincuenta años acerca de la estabilidad en flujos axisimétricos. Todo ello se ha conseguido con el avance de la tecnología la cual ha facilitado enormemente el análisis numérico para así abordar problemas mucho más complejos.

El análisis de la dinámica de fluidos es de gran importancia para una gran cantidad de aplicaciones desde escalas microscópicas a atmosféricas. En muchos de los casos, los estudios y análisis se realizan bajo ciertas simplificaciones, que facilitan tanto la resolución como el entendimiento del caso en concreto que se lleve a estudio.

Uno de los flujos más estudiados de los denominados flujos libres son los chorros abiertos al ambiente. En nuestro caso nos centraremos en un chorro que descarga al ambiente. Este flujo puede de ser de dos maneras: abierto si las partículas fluidas entran en el dominio una sola vez sin volver a pasar por él, o por el contrario, cerrado si las partículas entran y salen repetidas veces en un tiempo finito.

La teoría de la estabilidad hidrodinámica ha sido estudiada para explicar las características dinámicas de nuestro problema. Al producirse el contacto de los dos fluidos de igual densidad, en el flujo a estudiar se forma una capa de cortadura en su dirección transversal en la cual aparecen pequeñas perturbaciones que producirán vórtices. Dichos vórtices evolucionan hasta que se produce su decaimiento y con ello, la transición a la turbulencia.

Se puede apreciar en la imagen 1 lo que se comentaba en el apartado anterior: la secuencia de formación de vórtices con la posterior ruptura de éstos. Se pueden distinguir varias regiones: En la primera (1) hay un tramo de crecimiento muy lento, donde el flujo es laminar; en la segunda región (2) se forma una inestabilidad en la capa de cortadura, que rápidamente genera un pequeño vórtice (3), que evoluciona en varios vórtices sucesivos que van creciendo (4) hasta que finalmente decaen, generando la transición a la turbulencia (5).

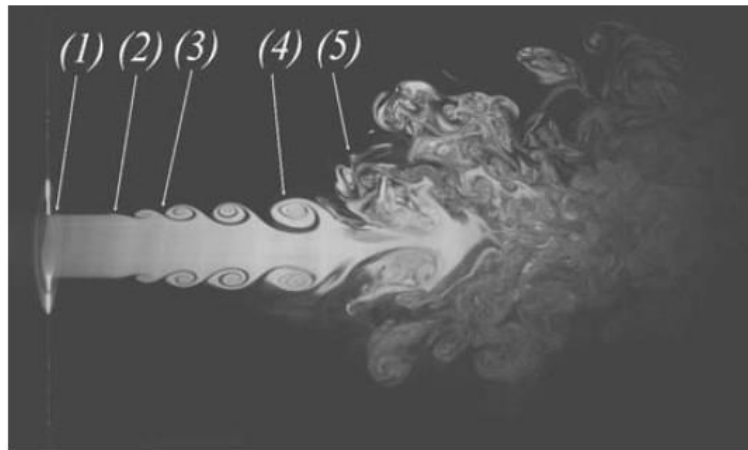


Figura 1. Visualización de la evolución de un chorro libre, siendo el diámetro del orificio $D=4\text{cm}$ y $Re=2700$, donde la región (1) crece lentamente hasta formar una inestabilidad en la región (2), donde el flujo se enrolla hasta crear un vórtice discreto (3), que crece generando sucesivos vórtices (4) hasta que decaen formando un flujo turbulento. Fuente:[1]

Algunas de las aplicaciones directas de este estudio son en el comportamiento que puede tener el combustible cuando se inyecta en un micromotor, así como, la refrigeración y lubricación de microdispositivos usados en el campo de la electrónica. Además el estudio de flujos en micro chorros puede ser indirectamente aplicado a la industria aeronáutica. Evidentemente, el flujo de aire que se crea en los motores de los aviones es un flujo turbulento, que nada tiene que ver con el tipo de flujo que surge en los micro chorros. Sin embargo, conocer su comportamiento puede asentar las bases principales sobre el conocimiento de los macro chorros, cuyo comportamiento a gran escala es mucho más complejo.

A continuación, se hará un breve resumen de los análisis y experimentos realizados por distintos científicos e investigadores para el análisis de la estabilidad de un chorro a lo largo del tiempo, ordenado cronológicamente:

Andrus Viilu^[2] analizó en 1962 la estabilidad de un flujo para bajos números de Reynolds, modificando el diámetro de la boquilla del chorro. Con ello quería conseguir el número de Reynolds a partir del cual el flujo llegaba a la inestabilidad. Abordó, entre otras cuestiones, el número de Reynolds crítico, la distancia del punto de transición desde el jet origen y la naturaleza del proceso de la inestabilidad a las turbulencias. El tubo de la boquilla es lo suficientemente largo para asegurar el flujo de Poiseuille en la salida para los distintos diámetros. El flujo obtenido lo clasificó de la siguiente manera:

- (a) Inestable: el flujo es regular y estable a cierta distancia de la salida (distancia típica $\sim 1/2$ pulgadas de la boquilla), se divide y se forman una serie de torbellinos.

- (b) Poco inestable: el chorro es constante pero cerca de la boquilla se forma una ondulación débil e intermitente.
- (c) Marginalmente estable: el flujo es estable en todas partes. Aun así, si hay un ruido muy cerca del chorro, aparecerán ondulaciones en el flujo que tardarán bastante en desaparecer.
- (d) Estable: el flujo es estable siempre y a diferencia del marginalmente estable si se produce un ruido las perturbaciones desaparecerán al instante.

Viilu comparó sus resultados con fundamentos teóricos que se había realizado anteriormente y mostró los resultados del experimento en función de los distintos diámetros de la boquilla y de distintos números de Reynolds (figura 2). Cada observación realizada se marcó con un punto (según la clasificación expuesta anteriormente): (a) inestable; (b) un poco inestable; (c) marginalmente estable; y (d) estable. Las mediciones del experimento indicaron que la transición estable-inestable ocurría entre un número de Reynolds de 10.5 y 11.8. Los resultados parecían ser independientes del coeficiente de viscosidad y del diámetro de la boquilla y sólo dependían del número de Reynolds.

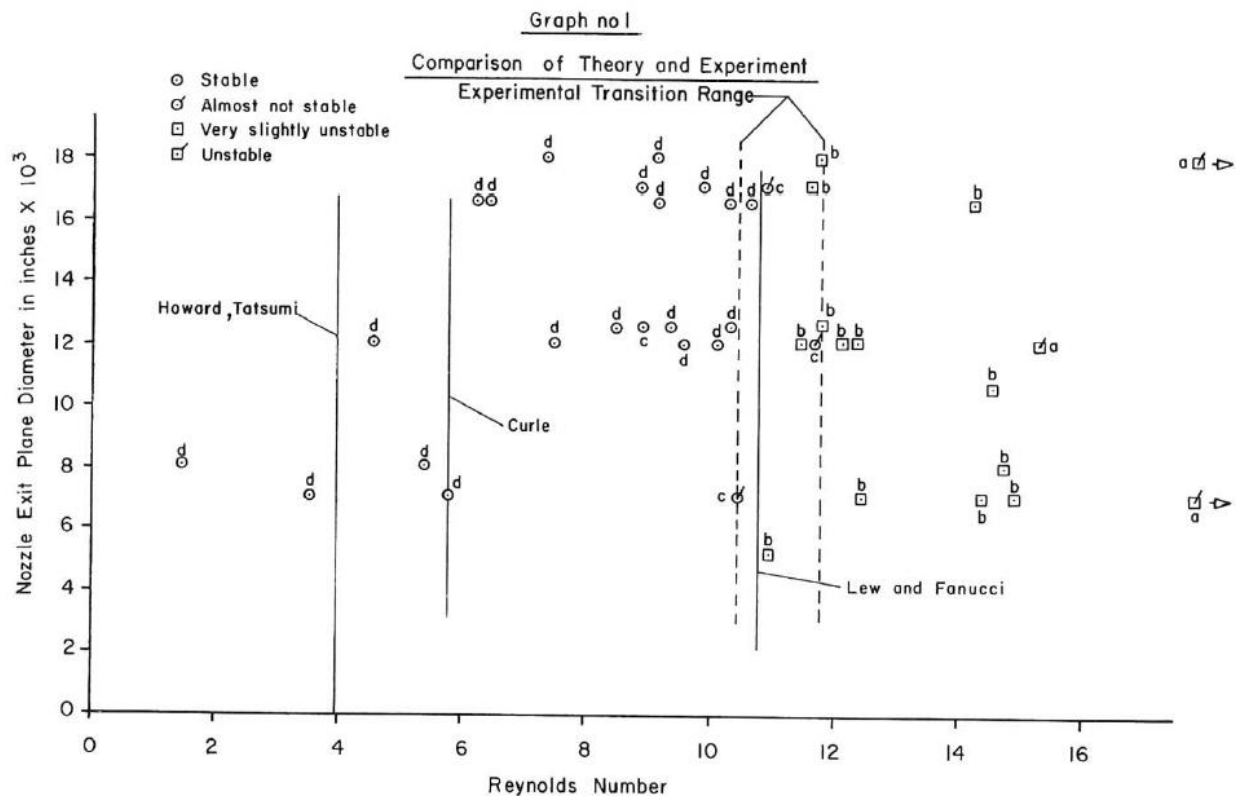


Figura 2. Comparación de las predicciones teóricas de Howard y Tatsumi, de Curie y de Lew y Fanucci con los resultados experimentales de Andrus Viilu que muestran la estabilidad del flujo para distintos diámetros de boquilla y números de Reynolds y el número de Reynolds crítico donde ocurre la transición estable-inestable. Fuente: [2]

Previamente, Howard^[3], Curle^[4] y Tatsumi^[5] realizaron unos análisis en chorros bidimensionales que vaticinaban que el número de Reynolds crítico es alrededor de 4. Tsien^[6] y Andrade^[7] obtuvieron que el flujo en dos dimensiones era inestable para un número de Reynolds de 30. Por lo que Viilu pudo ver diferencias con los resultados expuestos anteriormente. Domm^[8] y Lessen^[9] también experimentaron para intentar obtener información sobre la estabilidad de flujos axialmente simétricos, pero no determinaron el número de Reynolds crítico.

En vista de estos resultados, Andrus afirmó que el análisis bidimensional es insuficiente para la predicción de la inestabilidad de los flujos axialmente simétricos. Como ha sido señalado por Lew^[9], es necesario incluir los efectos viscosos en el análisis; de lo contrario, el análisis mostrará que el chorro es estable. También aclaró que las observaciones experimentales descritas en este documento podrían formar una base de comparación para análisis teóricos más elaborados de la estabilidad de los flujos tridimensionales. Sin embargo, no existían datos cuantitativos experimentales o predicciones teóricas con el cual comparar los resultados experimentales.

Por lo tanto concluyó que los análisis teóricos acerca de la estabilidad de chorros bidimensionales que se muestran en la figura 1, no podían aplicarse para el caso de un flujo axialmente simétrico.

En 1979, Ryuzo Ito y Seno ^[10] hicieron un estudio experimental acerca de cómo influye la geometría en la salida de ciertos chorros axisimétricos, como son una tubería larga (I), una tubería corta (II), una boquilla (III) y un orificio (IV), en el comportamiento de éstos para números de Reynolds comprendidos entre $300 < Re < 8000$. Las distintas condiciones de salida pueden verse en la figura 3.

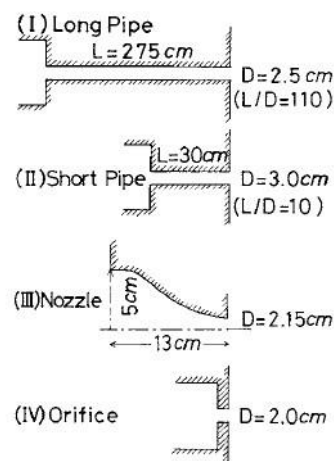


Figura 3. Geometría y condiciones de salida del chorro en una tubería larga (I), una tubería corta (II), una boquilla (III) y un orificio (IV). Fuente: [10]

El comportamiento macroscópico de los chorros que emanan de las distintas condiciones de salida (I), (II), (III), y (IV) se resume en la figura 4:

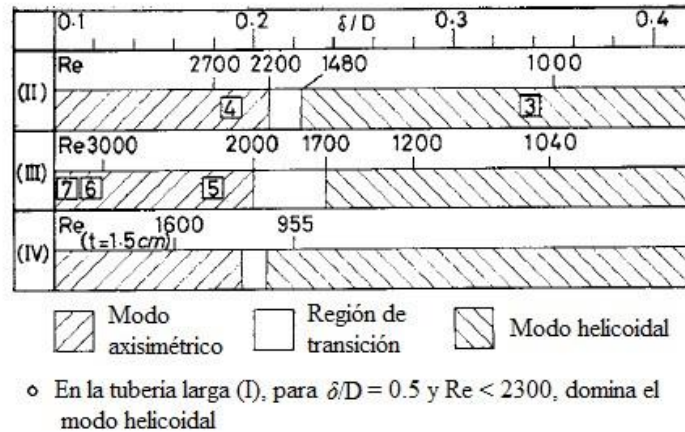


Figura 4. Comportamiento macroscópico de los chorros a la salida de una tubería larga (I), una tubería corta (II), una boquilla (III) y un orificio (IV) para diferentes números de Reynolds. Fuente [10]

En el caso del tubo largo (I), para $200 < Re < 2300$ el flujo se divide en dos regiones distintas. En la primera región, cerca de la salida, el flujo es laminar y el perfil de velocidad parabólico. En la segunda región se impone la inestabilidad helicoidal. Para $Re=2300$ aparece una intermitente turbulencia en el flujo.

Para la tubería de menor longitud (II), el comportamiento del fluido cambia con la relación de L/D . Las siguientes observaciones se hicieron para $L/D=10$. Para $Re < 1400$, se observó una perturbación en modo helicoidal para toda la región. Para $1400 < Re < 2000$, predomina el modo helicoidal y la perturbación fue creciendo con el aumento del número de Reynolds. Sin embargo, se observó en ocasiones la aparición de perturbaciones axisimétricas a unos 5 cm de la salida, por lo que se alternaban en ciclos los modos simétricos y asimétricos. Para $Re > 2000$ el modo axisimétrico se convirtió en el dominante y se empezaba a ver la formación de vórtices. La velocidad en el núcleo del chorro era fluctuante.

En el caso de la boquilla (III), para $1000 < Re < 1700$, se observó una perturbación helicoidal a unos 5 cm de la salida y su frecuencia era 0.546 s^{-1} independientemente del número de Reynolds, pero para $Re \sim 1700$, se observó vórtices no axisimétricos a unos 10 cm de la salida que crecían hasta desintegrarse en remolinos turbulentos y otra pequeña perturbación de modo helicoidal, con una frecuencia de $1,786 \text{ s}^{-1}$, coexistiendo con la anterior. Para $1700 < Re < 3000$ dominaba el modo axisimétrico formándose vórtices. De forma que uno o dos pequeños vórtices se formaban seguidos de uno más grande. Para $3000 < Re < 5000$, especialmente cuando $Re < 4000$, el tamaño de los vórtices formados eran parecidos y la frecuencia de formación de estos era más o menos regular. Para $5000 < Re < 8000$, la formación de los vórtices anulares era casi constante e independiente del número de Reynolds. Éstos cambiaron de tener una forma elíptica a circular y la velocidad de revolución del núcleo del vórtice empezó a crecer.

El comportamiento macroscópico en los chorros desde la salida del orificio (IV) fue muy similar que en el caso (III). En términos generales, en el caso del flujo del chorro con una capa límite delgada en la salida, $\delta/D < 0.19$ [(II), (III), (IV) para altos números de Reynolds], se produjeron disturbios de modo axisimétrico en la columna del chorro, donde se creó un vórtice anular que creció y se desintegró en remolinos turbulentos. El punto de crecimiento de vórtices se aproximaba a la salida conforme se aumentaba el número de Reynolds. Por otro lado, en el caso de que el flujo tenga una capa límite gruesa a la salida, $\delta/D > 0.24$ [(II), (III), (IV) para bajos números de Reynolds y (I)] predomina la inestabilidad helicoidal.

Frente a estos resultados, Ito y Seno llegaron a las siguientes conclusiones:

1. Encontraron que cuando la capa límite a la salida es delgada ($\delta/D < 0.19$) se producen inestabilidades axisimétricas, mientras que si se tiene una capa límite más gruesa ($\delta/D > 0.24$), suele llevar a inestabilidades helicoidales (asimétricas). Además, la velocidad de transporte de los vórtices anulares es aproximadamente la mitad de la velocidad de salida, lo que generalmente es asumido en la teoría de estabilidad de los chorros.
2. X_0 (distancia axial desde la salida al punto de formación del vórtice de anillo), λ_0 (longitud de onda) y x_t (distancia desde la salida al punto donde el núcleo potencial desaparece) guardan una correlación con δ (espesor de la capa límite) cuando se tiene inestabilidades axisimétricas a la salida de la boquilla.
3. La estructura de coalescencia de vórtices anulares desde la boquilla para el rango $2000 < Re < 3500$ es diferente que en el rango $5000 < Re < 8000$. La formación de los pequeños vórtices de anillo parecen ser producidos por la perturbación introducida por el vórtice principal en $2000 < Re < 4000$. Por otro lado, para $Re > 5000$, la alta probabilidad se relaciona con el hecho de que los sucesivos vórtices del mismo tamaño tienden a crear coalescencia en la etapa inicial debido a que la longitud de onda es más pequeña y la revolución es más rápida en el núcleo del vórtice conforme aumenta el número de Reynolds. La probabilidad de coalescencia es alta en la etapa inicial para el rango $2000 < Re < 3500$ y también en la etapa madura para $Re \sim 5000$.
4. Se ha obtenido una correlación entre el número de Strouhal y el número de Reynolds: $St_\delta = 42.0/Re_\delta$, que es independiente de las cuatro condiciones de salida estudiadas.

En 1990, Zamar y Seiner^[11] predijeron variaciones número de Strouhal con R son comparados en la figura con los datos experimentales. El análisis confirma que con un perfil de velocidades parabólico la inestabilidad se encuentra en la modalidad helicoidal. Según las predicciones teóricas, se producía una fuerte caída de St con la reducción de Re , la cual se prevé alrededor de $Re = 200$, el correspondiente descenso en el experimento comienza en una mayor Re (~ 600).

En 1997, Danaila, Dusek y Anselmet^[12] realizaron tres dimensiones simulaciones numéricas para observar la evolución de un chorro directo, incompresible, libre, de sección circular. En éstas se usó el código NEKTON basado en un método de elementos espectrales. Dichas simulaciones se hicieron para investigar la aparición de inestabilidad a bajos números de Reynolds ($Re < 500$). Para un número de Reynolds de 500, la simulaciones de flujo no forzado toma como condiciones iniciales el campo fluido estacionario y axisimétrico de $Re=200$. Los parámetros son $L_z=20$ y 65 elementos espectral.

En primer lugar se calcula el campo de velocidad y los términos de presión y convectivos son tratados explícitamente. Los términos de difusión son tratados de forma implícita mediante un tercer orden diferenciación hacia atrás de múltiples pasos. La ventaja más importante de la discretización de los elementos espectrales es su precisión dentro de un elemento que puede ser distribuida de manera no uniforme a través del dominio computacional, con el fin de capturar escalas de longitud distintas en las diferentes regiones.

En las primeras etapas de la simulación aparecen estructuras coherentes con evidente regularidad en el tiempo y en el espacio y la vorticidad es suficiente como para detectarse. Se identificaron estructuras coherentes y compactas por medio de iso-superficies de vorticidad y campos de presión y así quedó demostrada la inestabilidad. Una vez que el perfil de velocidad de entrada es fijo, y el número de Reynolds aumenta de 200 a 500, la modalidad inestable que más se amplifica es la que cambia de helicoidal a modo axisimétrico, como es de esperar de las predicciones de la teoría viscosa estabilidad lineal y análisis de observaciones experimentales.

La aparición de pares de vórtices giratorios axiales caracterizan las estructuras de los vórtices axisimétricos iniciales. La capa de cortadura variable crece por difusión viscosa y los anillos de vórtices se fusionan. Las estructuras coherentes que hemos identificado en el campo de flujo son diferentes para bajos números de Reynolds supercrítico en la proximidades de los límites de la inestabilidad.

La primera inestabilidad se produce con la ruptura de la simetría, quedando así dos modalidades helicoidales. La ruptura de la axisimetría significa que se producirá una dinámica toroidal en la primera bifurcación. Se encontró un intervalo de números de Reynolds que se caracteriza por esa dinámica pero aun así, la etapa caótica aparece bastante temprano.

Para bajos números de Reynolds se produce una superposición de simetría helicoidal que aparece para demostrar la inestabilidad del chorro circular. Para un $Re=500$ la desestabilización espontanea de un flujo axisimétrico se investigó, proporcionando resultados similares a los ya publicados para grandes números de Reynolds.

En el límite superior de la gama de investigación de distintos números de Reynolds, las simulaciones son coherentes con la hipótesis ampliamente aceptada del espacio y el tiempo del desarrollo del chorro circular inestabilidad.

Para Reynolds bajos se seleccionan modos helicoidales y para Reynolds más altos, el axisimétrico, tal y como se esperaba de las predicciones de la teoría de la estabilidad de viscosidad y de los experimentos realizados.

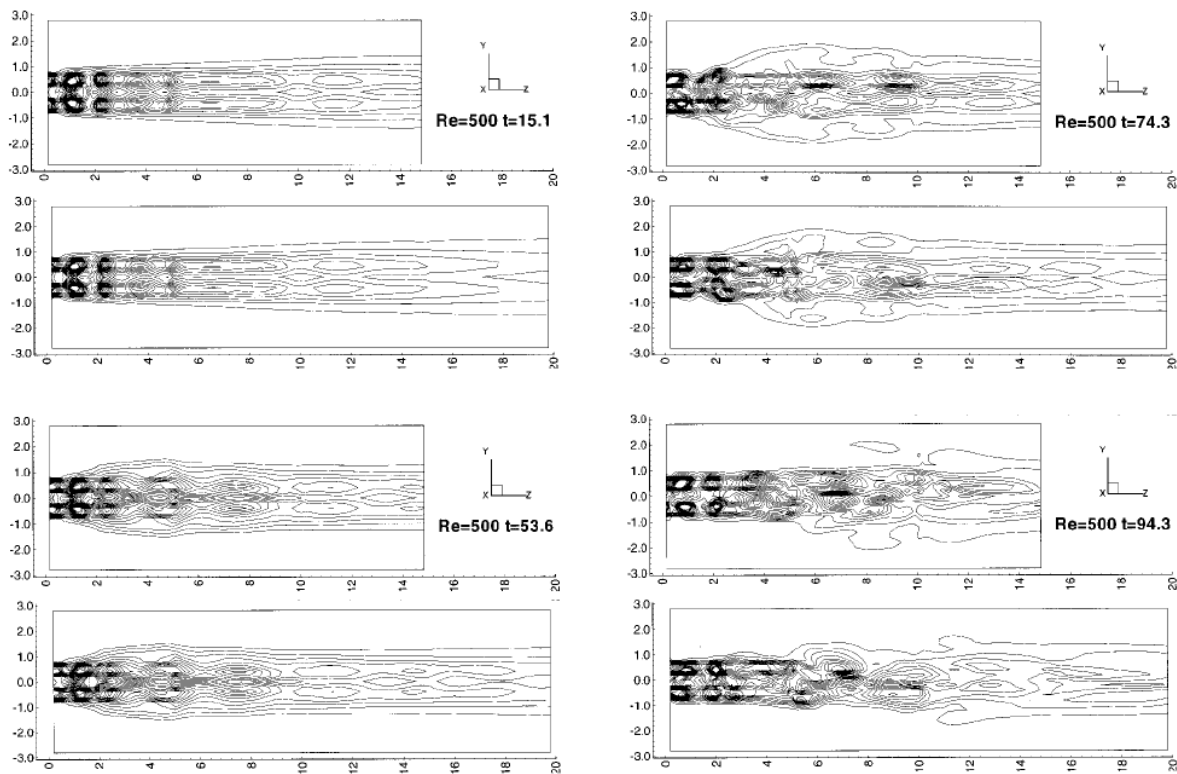


Figura 5. Simulación computacional del dominio fluido para un $Re = 500$. Fuente: [12]

Un año más tarde, Danaila y Boersma^[13] observaron el comportamiento de un chorro homogéneo con un forzado bajo números de Reynolds. La evolución del forzado del chorro axisimétrico se investigó por medio de Simulación numérica directa (DNS). Se aplicaron perturbaciones periódicas en la boquilla. Cuatro tipos de perturbaciones fueron estudiados:

- (a) axisimetrica
- (b) helicoidal: el perfil de velocidades asimétrico realiza una rotación completa en un periodo de excitación.

Muchos de los resultados derivados del análisis de estabilidad, si los dos modos son axisimétrico y helicoidal en chorros con capa limite delgada, han demostrado que las características lineales de amplificación son similares. El modo dominante es seleccionado por amplificación de perturbaciones iniciales coherente como el campo de presión en el

borde de la boquilla. Los ensayados con una helicoidicidad más alta, es decir, con un número de onda mayor, se amplifican de menor manera.

La gran amplitud impuesta acelera la transición de la capa de mezcla inicial del chorro. Estas estructuras están organizadas espacialmente en anillos de vórtice en forma de toroide en el caso de la imagen de la izquierda (axisimetrica) y patrones helicoidales en el caso de la derecha (helicoidal) (figura 6).

En la imagen tridimensional (figura 7) se observa la gran coherencia de las estructuras que dominan el campo fluido. La estructura helicoidal es menos estable y se divide en pequeños remolinos sin perturbaciones adicionales. Este hecho hace que el modo helicoidal sea más efectivo para transferir energía a pequeña escala.

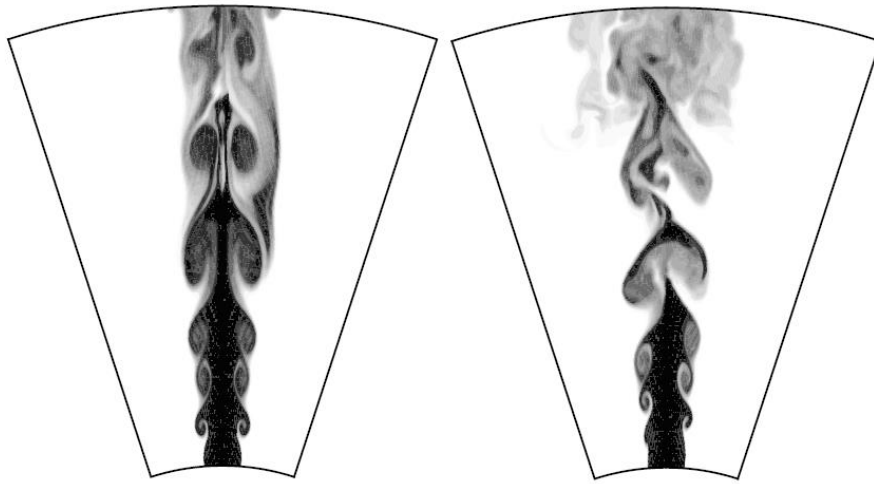


Figura 6. Chorro axisimétrico (izq) y chorro helicoidal (dcha) en un plano de corte transversal. Fuente: [13]

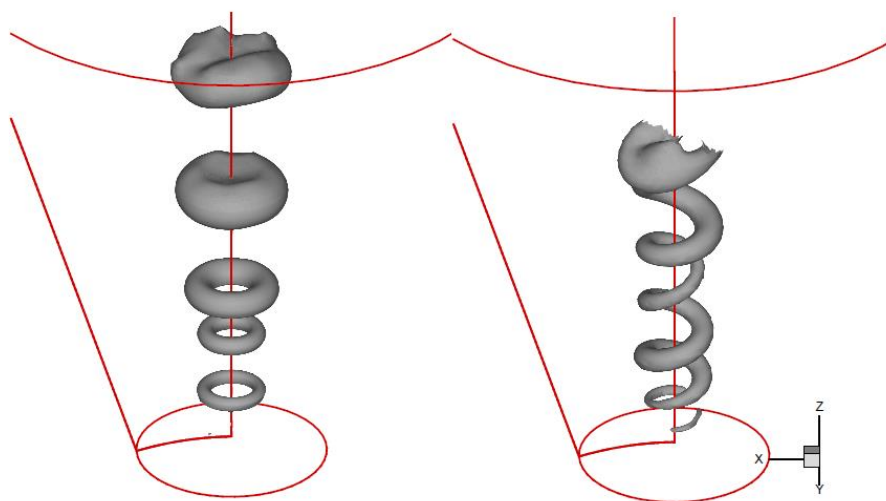


Figura 7. Chorro axisimétrico (izq) y chorro helicoidal (dcha). Imagen en 3-D. Fuente: [13]

(c) ondulatorio. Es la resultante de una combinación de modos helicoidales con la misma amplitud y frecuencia.

(d) bifurcadora. Se obtiene mediante un modo dual (axisimétrico y ondulatorio) y una excitación con una frecuencia dual.

La estructura del chorro simulado cambia drásticamente cuando se ondula o se aplica una excitación bifurcante en la boquilla. Un espectacular incremento del ángulo de difusión del chorro se observa en el plano bifurcador. En el plano de bifurcación, la oscilación hace que el chorro se divida en dos ramas distintas. En el plano bisector el comportamiento es similar en ambos chorros. Prácticamente no se observa propagación en este plano. Esta diferente evolución en dos planos perpendiculares es una característica de los chorros bifurcados observados experimentalmente. Sin embargo, sólo el chorro oscilante muestra la estructura en forma de Y, que se dice la característica más llamativa de los chorros bifurcados a bajos números de Reynolds ($Re < 10000$).

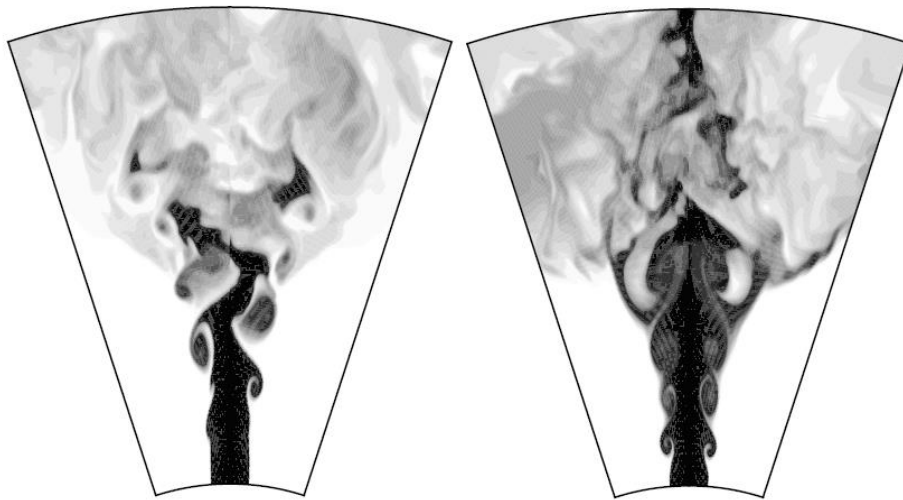


Figura 8. Chorro oscilante (izq) y bifurcado (dcha) en el plano bifurcador. Fuente: [13]

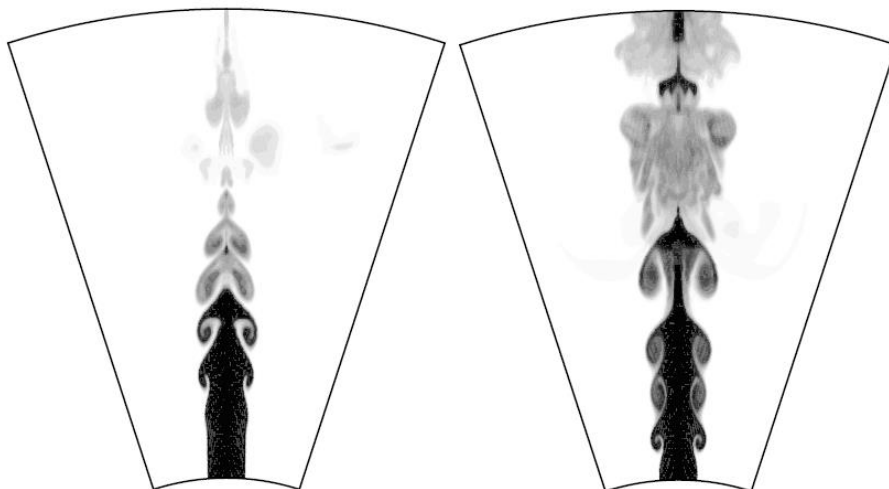


Figura 9. Chorro oscilante (izq) y bifurcado (dcha) en el plano bisector. Fuente: [13]

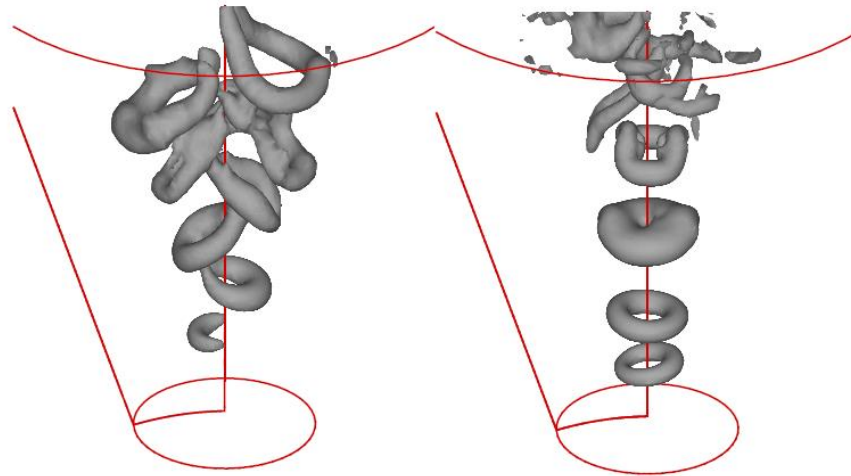


Figura 10. Chorro oscilante (izq) y bifurcado (dcha). Imagen en 3-D. Fuente: [13]

En 2004, O'Neill, Soria y Honnery^[14] realizaron un estudio experimental sobre la estabilidad y estructura de chorros axisimétricos a bajos números de Reynolds. Estudiaron la estabilidad del flujo cerca de la boquilla para $Re=680$, obteniendo como resultado que el flujo parecía ser marginalmente inestable. Por tanto pusieron en duda algunos estudios previos acerca de la visualización de flujos en chorros axisimétricos a bajos números de Reynolds, donde se concluía que el flujo cerca de la boquilla era inestable.

En 2009, Gau, Shen y Wang^[15] describieron el comportamiento de un flujo libre de micro chorros. Llevaron a cabo un experimento utilizando diferentes tamaños de ranuras de tobera y realizando varias mediciones de la velocidad en diferentes puntos del flujo para varios números de Reynolds. Con ello descubrieron que el comportamiento que tenían los macro chorros a gran escala es drásticamente diferente al comportamiento de los flujos en micro chorros. No encontraron una formación clara de vórtices en estos últimos, y por ello la velocidad de la línea central de flujo se descompone a un ritmo más lento y la intensidad de la turbulencia en la línea central aumenta más lentamente que en el caso de los macro chorros. Por otro lado, en la búsqueda de la longitud de ruptura del chorro (donde el flujo que sale en línea recta pasa a formar líneas oblicuas) encontraron que el tamaño de la boquilla no influye en la longitud de ruptura. Sin embargo, sí se relacionó con un número de Reynolds crítico, definido como la velocidad del chorro por la longitud de ruptura entre la viscosidad cinemática.

En el mismo año, Todde, Spazzini y Sandberg^[1] analizaron las características de un chorro axisimétrico libre a bajos números de Reynolds. Realizaron distintas mediciones de la velocidad en la línea central y los resultados mostraron diferentes regímenes de flujo para el rango de números de Reynolds estudiados. El primer régimen parece incluir los

flujos hasta $Re=1600$, donde el flujo es esencialmente laminar y la disipación de energía es muy débil. Por otra parte, encontraron que una alternancia de inestabilidades helicoidal y acimutal en la columna del chorro era el mecanismo que conducía a la generación del vórtice. Para números de Reynolds mayores, $1600 < Re < 4000$, observaron una disipación de energía más fuerte, probablemente conectada a un régimen turbulento dentro de la capa de cortadura, y el mecanismo de inestabilidad para este rango en la columna del chorro era de tipo azimutal.

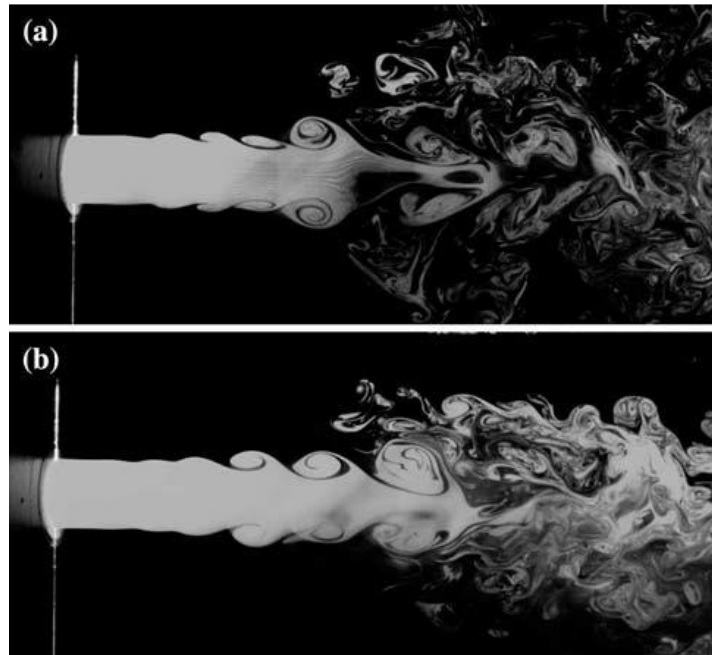


Figura 11. Visualización del flujo realizada para un $Re = 1620$. Fuente: [1]

En el estudio que llevó a cabo Juan Martin Cabaleiro and Jean-Luc Aider^[16] en 2014, se muestra que los microchorros libres pueden sufrir transiciones complejas similares a chorros a gran escala a pesar del relativamente bajo número de Reynolds.

Usaron un método experimental que permite la reconstrucción 3D de la organización de espacial instantánea del flujo y así, poder observar el cambio de eje de un microchorro que ocurre por primera vez. Es decir, el objetivo del estudio es demostrar que puede producirse conmutación de eje en un microchorro. Combinando estos resultados experimentales con simulación numérica directa se muestra que el mecanismo responsable del cambio de eje es la deformación de un micro-vórtice con forma de anillo debido a la inducción de los vórtices de la esquina, como ocurre en a gran escala en chorros no circulares.

Entre los propios fenómenos observados en un chorro, la conmutación de ejes es uno de los más espectaculares: en secciones de chorro rectangulares o elípticas, se puede observar un cambio en el eje principal de simetría de 90° . Todos estos estudios experimentales y numéricos coinciden en un punto: si no hay estructuras con vorticidad, conmutación de ejes no sería posible.

Con este propósito, estudiaron la estructura tridimensional y dinámica de una microchorro generada por un dispositivo actuador MEMS que fue utilizado en experimentos de control de flujo. Para el presente estudio se empleó una configuración híbrida. La sección del chorro es rectangular. El fluido de trabajo es el helio con el fin de asegurar una buena diferencia con índice de refracción del aire circundante.

Incluso si las dimensiones del microchorro son pequeñas, las altas velocidades del chorro U_j ($U_j > 1$ m/s) a menudo conducen a grandes números de Reynolds. Este número adimensional es $Re = Ud/\nu$ (donde d es diámetro del microchorro, ν la viscosidad cinemática del fluido): y en el estudio se alcanzó $Re = 3500$ debido a $U = 100$ m/s y $d = 4 \times 10^{-4}$ m. Alrededor de este número de Reynolds, se vaticinan inestabilidades y transiciones.

La evolución tridimensional del chorro se puede observar en la figura 12 de la página siguiente. El flujo se visualiza mediante una alta sensibilidad cámara de alta velocidad. La frecuencia de adquisición es de hasta 20 kHz, dependiendo del tamaño de la imagen grabada. Se puede ver claramente la parte delantera de la partida de la boquilla de chorro al comienzo del ciclo. La velocidad del chorro se ha estimado mediante el seguimiento de este frente en los primeros pasos de tiempo. La estructura del flujo pierde su forma rectangular y se ve una clara deformación a lo largo de la dirección perpendicular de la boquilla casi inmediatamente después de empezar el ciclo. Esta deformación es visible para el resto del ciclo.

También es interesante para representar las posiciones del eje en función del tiempo de análisis, si es el cambio de una estructura transitoria, o si el cambio sigue ocurriendo tras el transitorio inicial. La primera posición de conmutación (la más cercana a la salida de la tobera) evoluciona durante los primeros 5 ms, y, a continuación, permanece fija hasta el final del ciclo. Esta es una primera indicación de que al menos la zona más próxima a la boquilla ha alcanzado estado estable después de 5 ms.

Las observaciones experimentales son claras: la conmutación de ejes de los surtidores se produce incluso en la micro escala. El experimento está bien adaptado para un análisis cualitativo de la estructura 3D del chorro, pero no para lugar a la vorticidad. Esta es la razón por la que una simulación numérica directa (DNS) del flujo se ha llevado a cabo.

La simulación numérica permite una mejor comprensión de los fenómenos a través de la visualización de los anillos vórtices (un anillo de un micro vórtice puede ser visualizado en la fase temprana) que son imposibles de medir debido a las pequeñas escalas y grandes velocidades de los microchorros. Por último, desde el punto de control de flujo, se confirma la dificultad de evaluar las actuaciones de los MEMS micro-inyectores.

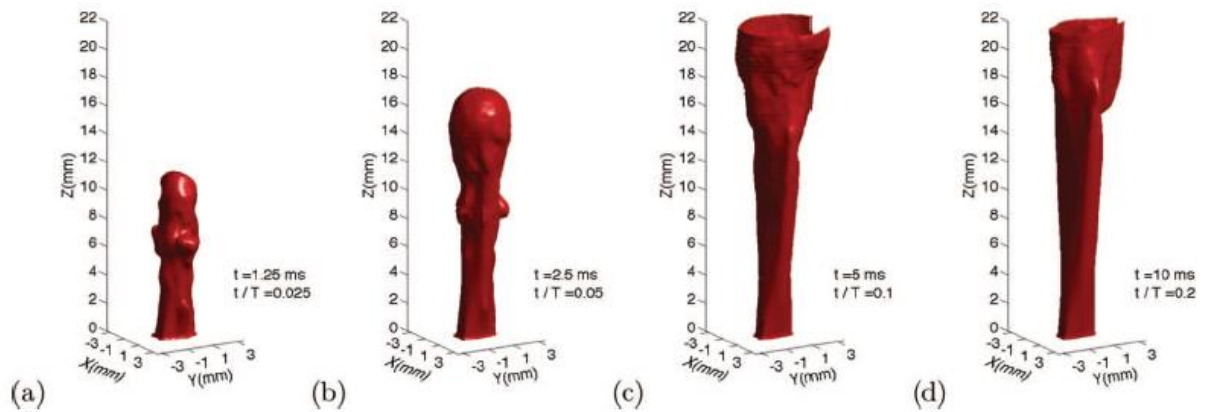


Figura 12. Evolucion temporal de la estructura de un microchorro en 3D tomando como frecuencia 20 Hz y velocidad 10.4 m/s ($Re = 263.5$). Fuente: [16]

1.2. Objetivos

Se va a realizar un estudio sobre la estabilidad de un chorro mediante simulaciones numéricas contando con la ayuda de los programas Ansys Fluent y Matlab. Los objetivos principales son:

- Estudiar el comportamiento del flujo cuando éste se fuerza con una función senoidal con diferentes números de Reynolds, distintos números de Strouhal y distintas amplitudes de onda.
- Encontrar el punto de máxima energía que alcanza la perturbación con el fin de encontrar el número de Strouhal para el cual la perturbación se amplifica más.
- Relacionar la influencia del número de Strouhal, número de Reynolds y amplitud del forzado con la longitud de estabilización de la onda.
- Estudiar la dinámica de chorros inestables con el fin de observar comportamientos en los que se aprecie claramente la aparición de vórtices.

1.3. Planning y presupuesto

En la siguiente tabla se muestra la planificación del trabajo de investigación con las distintas fases: de documentación, de aprendizaje de Workbench, Fluent y Matlab, y su posterior uso para la resolución del problema planteado.

Año		2014							2015							2015			
Mes		Dic		Ene			Febr			Mar				Abr					
Semana		22	29	5	12	19	26	2	9	16	23	2	9	16	23	30	16	20	27
1	Fase de documentación																		
1.1	Búsqueda de bibliografía																		
1.2	Evaluación y estudio de la bibliografía																		
2	Construcción y evaluación de la malla																		
2.1	Construcción de la malla																		
2.2	Comprobación del dominio																		
2.3	Comprobación del mallado																		
2.4	Implementación y ejecución estacionario																		
3	Implantación en Matlab																		
3.1	Estudio del entorno Matlab																		
3.2	Implementación del software																		
3.3	Comprobaciones del software																		

Año		May				Jun			Jul.		Ago.			Sep.			
Mes																	
Semana		4	11	18	25	1	8	15	30	15	20	1	15	30	5	20	25
1	Fase de documentación																
1.1	Búsqueda de bibliografía																
1.2	Evaluación y estudio de la bibliografía																
2	Construcción y evaluación de la malla																
2.1	Construcción de la malla																
2.2	Comprobación del dominio																
2.3	Comprobación del mallado																
2.4	Implementación y ejecución estacionario																
3	Implantación en Matlab																
3.1	Estudio del entorno Matlab																
3.2	Implementación del software																
3.3	Comprobaciones del software																
4	Implementación y ejecución del transitorio																
4.1	Ejecución transitorio todos los casos																
4.3	Análisis de los datos																
4.4	Elaboración de diagramas energia																
4.5	Creación de gráficas máxima amplitud																
4.6	Elaboración de conclusiones																
5	Elaboración de la memoria del proyecto																
5.1	Establecer estructura																
5.2	Primer borrador																
5.3	Redaccion del informe																
5.4	Apartados extras																
5.5	Revisión final																

Tabla 1. Planificación del trabajo entre los meses diciembre-septiembre.

En la tabla 2 se muestra el coste total detallado de este proyecto. El coste de personal será el total de las horas que trabaja en función del salario de cada trabajador: 20€ para el trabajador Junior y 50€ para el Senior. Para el coste informático, dado que el proyecto es un estudio numérico realizado con Fluent y Matlab, se necesitará conocer el precio de la licencia de cada programa informático y se estimará que el periodo de amortización para cada uno de ellos es de diez meses.

	Cantidad	Coste (€/h)	Nº horas trabajadas	Coste total (€)
Gastos de personal				8.200,00
Trabajador Junior	1	20	360	7.200,00
Trabajador Senior	1	50	20	1.000,00
	Cantidad	Valor de mercado (€)	Vida útil	Coste total (€)
Gastos informáticos				5.281,00
Ordenador	1	1500	4 años	281,00
Licencia programa informático Matlab	1	2000		2.000,00
Licencia programa informático Fluent	1	3000		3.000,00
COSTE TOTAL (€)				13.481,00

Tabla 2. Coste total detallado del estudio de investigación.

2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

2.1. Geometría:

La geometría de nuestro problema a resolver es la siguiente:

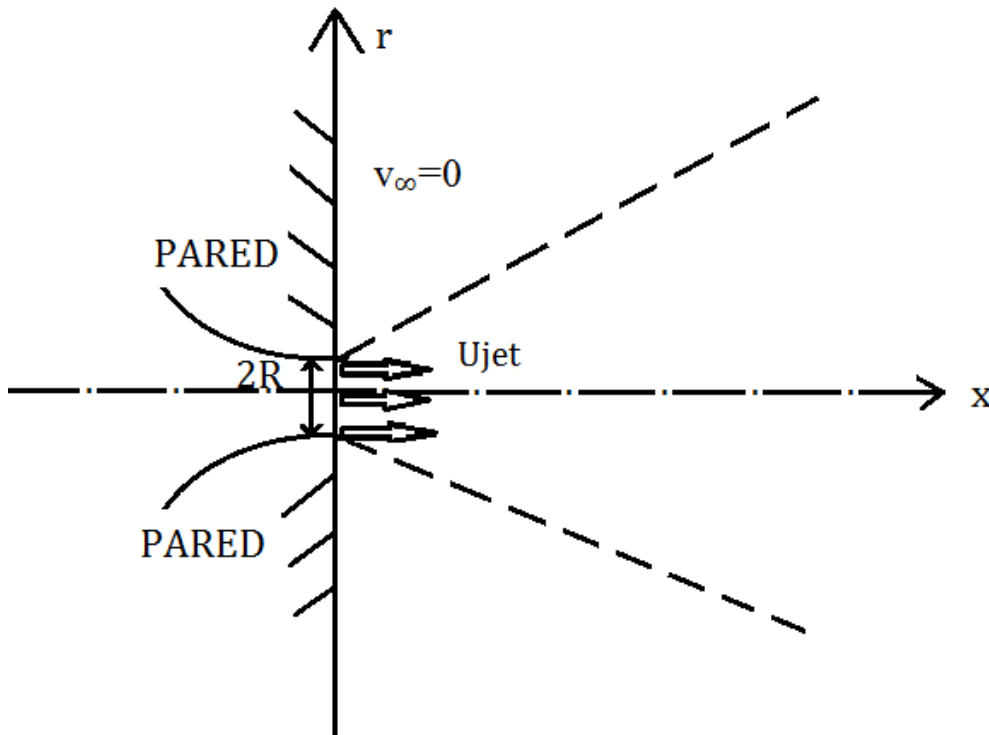


Figura 13. Esquema de la geometría del problema.

En la figura 13 se ha dibujado la geometría de la salida del chorro. En ella se ha incluido también los ejes que se van a tomar y el origen de coordenadas de éstos. El diámetro de la tobera justo a la salida del fluido es $2R$. La velocidad del fluido en el campo lejano es $v_{\infty}=0$.

El tubo (por donde sale el fluido a estudiar) tiene forma de tobera y está situado en el origen de coordenadas. Al tener forma de tobera el perfil de velocidades del fluido justo a la salida es uniforme.

La recta $x=0$ corresponde con una pared sólida y plana, perfectamente lisa para valores de $r > R$, y con el radio de entrada del chorro (cilíndrico) para valores de r comprendidos entre $(0 < r < R)$. La recta $r=0$ corresponde con el eje de simetría axial, por lo que podemos tratar con los valores positivos de r y x y trabajar con ese cuadrante para simplificar el caso.

2.2. Ecuaciones de Navier-Stokes

Estas ecuaciones representan las ecuaciones generales del movimiento de los fluidos en forma diferencial. Éstas se obtienen a partir de la segunda ley de Newton, que asocia la aceleración de las partículas con las fuerzas que actúan sobre ellas y con la ley de conservación de masa. Para ello, se parten de los principios de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía aplicados a volúmenes de fluidos infinitesimales.

En las ecuaciones en forma integral se toman ciertas consideraciones como que los esfuerzos tangenciales guardan una relación lineal con el gradiente de velocidad (ley de viscosidad de Newton), obteniendo de esta manera una formulación que es más fácil de emplear para la resolución de problemas, la cual es la formulación diferencial.

Dado que se está simulando un problema axisimétrico, la componente azimutal Θ en las ecuaciones de Navier-Stokes se anula.

Un parámetro importante es el número de Mach se define como $Ma = \frac{U_{jet}}{c_o}$, donde c_o es la velocidad del sonido. Como la velocidad del chorro es mucho menor que la del sonido, entonces $Ma \ll 1$. Por este motivo, no aparecerán variaciones de la temperatura y el uso de la ecuación de la energía no es necesario.

La formulación matemática de los principios de conservación de la masa y cantidad de movimiento ^[17] que se muestra a continuación:

Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.1)$$

La cual queda simplificada por no haber variación de densidad a: $\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (2.2)$

Ecuación de cantidad de movimiento:

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -p\nabla + \vec{\tau}' + \rho \vec{f}_m \quad (2.3)$$

En lo que respecta a la ecuación de cantidad de movimiento, es posible despreciar las fuerzas másicas ya que el número de Richardson es pequeño, es decir, porque la inercia juega un papel mucho más importante con respecto a los efectos de flotabilidad.

Leyes constitutivas:

$$\bar{\tau}' = \mu(\nabla \vec{v} + \vec{v}^T) + \left(\mu_v - \frac{2}{3}\mu\right)(\nabla \cdot \vec{v})\bar{I} \quad (2.4)$$

Donde sólo nos queda el primer término del sumando. Sustituyendo en la ecuación de cantidad de movimiento:

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -p\nabla + \mu\nabla^2 \quad (2.5)$$

Como la derivada sustancial es $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla$ (2.6)

Si pasamos la densidad al otro lado de la igualdad y simplificamos la cantidad de movimiento nos queda:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{v} \quad (2.7)$$

Donde $\nu = \frac{\mu}{\rho}$, la cual es la viscosidad cinemática y es la relación entre la viscosidad dinámica y la densidad.

El sistema no lineal de ecuaciones en derivadas parciales nos queda en función de tres parámetros: la presión p , y las dos componentes de la velocidad $\vec{v} = u, v$.

2.3. Adimensionalización

Las ecuaciones fundamentales de un flujo no son generalmente suficientes para una solución completa del problema. Usamos las leyes de la física para calcular las variables físicas desconocidas para resolver teóricamente problemas físicos representados por ecuaciones diferenciales. Pero puede suceder que sea tan compleja la resolución de estas ecuaciones que se considere inviable su resolución analítica.

El análisis dimensional es la herramienta que permite simplificar el estudio en el que están involucradas muchas magnitudes físicas en forma de variables independientes. Mediante el análisis dimensional podemos formar agrupaciones adimensionales y trabajar con ellas en lugar de con las magnitudes físicas reales dado que son independientes del sistema de unidades elegido. De hecho, una magnitud es adimensional cuando es independiente de cualquier sistema de unidades de medida.

Con ello se reduce el número de variables ya que se expresa las relaciones entre las variables físicas de un problema en términos de un número menor de variables adimensionales. Este método facilita la resolución, así como reduce el número de experimentos a realizar, por el uso de semejanza entre dos modelos. De esta manera, el coste de éstos se reducirá de forma significativa [18].

Esta resolución de problemas es lo que se va a realizar con las variables que aparecen en las ecuaciones del problema para poder simplificar su resolución. Por tanto, las variables adimensionales quedan de la siguiente manera:

$$x^* = \frac{x}{R} \quad (2.8)$$

$$r^* = \frac{r}{R} \quad (2.9)$$

$$u^* = \frac{u}{U_{jet}} \quad (2.10)$$

$$v^* = \frac{v}{U_{jet}} \quad (2.11)$$

$$\rho^* = \frac{\rho}{\rho_{jet}} \quad (2.12)$$

$$\mu^* = \frac{\mu}{\mu_{jet}} \quad (2.13)$$

$$\Delta p^* = \frac{\Delta p}{\rho_{jet} \cdot U_{jet}} \quad (2.14)$$

$$t^* = \frac{t}{R/U_{jet}} \quad (2.15)$$

Introduciendo estas variables adimensionales en las ecuaciones de Navier-Stokes obtenemos:

Ecuación de continuidad:

$$\nabla \cdot \vec{v}^* = 0 \quad (2.16)$$

Ecuación de cantidad de movimiento:

$$\frac{\partial \vec{v}^*}{\partial t} + \vec{v}^* \cdot \nabla \vec{v}^* = \nabla p^* + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{v}^* \quad (2.17)$$

Donde:

$$Re = \frac{\rho_{jet} \cdot U_{jet}}{\mu_{jet}} \quad (2.18)$$

Este número es el número de Reynolds cuyo valor mide la importancia relativa entre las fuerzas de inercia y de viscosidad.

2.4. Condiciones iniciales y de contorno

Las ecuaciones de Navier-Stokes representan lo que ocurre en el interior del fluido, y deben ser complementadas con condiciones de contorno en los límites del campo fluido. Una vez que ya tenemos las ecuaciones y además adimensionalizadas, hay que fijar las condiciones iniciales y de contorno que corresponden al mismo. En las derivadas espaciales de la velocidad el sistema de ecuaciones es de segundo orden, y de primer orden en las restantes. Por ello, en el caso de la velocidad hay que imponer dos condiciones de contorno, y una condición de contorno para el resto de variables [19].

En el infinito, donde el fluido se extiende hasta distancias mucho mayores que las del campo fluido de estudio, hay que especificar sus condiciones de contorno que son:

$$\vec{v} = \vec{v}_\infty(\vec{x}, t), \vec{p} = \vec{p}_\infty(\vec{x}, t) \text{ para } |\vec{x}| \rightarrow \infty.$$

Cuando el fluido esté limitado por una pared sólida deberá cumplirse la condición de adherencia y consiste en suponer que la interacción entre partículas fluidas próximas es similar a la interacción del fluido con la pared. Esta suposición se debe a que no existe discontinuidad entre la velocidad del sólido y la del fluido que se encuentra en contacto con él porque el campo de velocidad en el fluido es continuo. Por ello, en la superficie de dicha pared, $\vec{x} = \vec{x}_{pared}$, la velocidad del fluido coincidirá con la velocidad de la pared, $\vec{v} = \vec{v}_{pared}$.

Se ha de conocer el campo de velocidades en el instante inicial, $\vec{v} = \vec{v}_o(\vec{x})$, tanto como el campo de presiones $\vec{p} = \vec{p}_o(\vec{x})$. Esto es así en el caso de un flujo no estacionario.

Para este caso, la solución del problema estacionario es la de las condiciones iniciales de nuestro problema transitorio. Así que hay que escribir condiciones iniciales para $t=0$ y resolver las mismas ecuaciones (ecuación 2.16 y 2.17), con la diferencia de en el estacionario que las derivadas temporales desaparecen.

El problema no estacionario, el cual se produce para $t > 0$, el cual tiene unas condiciones de contorno, que serán exactamente las mismas que en el problema estacionario con la diferencia de que en la entrada del chorro ($0 < r^* < 1$) la velocidad ya no es constante. Ahora

la velocidad oscila periódicamente con amplitud \mathcal{E} y frecuencia angular ω alrededor de la velocidad media U_{jet} . De esta manera la velocidad queda así:

$$\text{Para } t > 0; \quad u = U_{jet}[1 + \mathcal{E} \text{ sen } (\omega t)] \quad (2.19)$$

$$\text{Para } t^* > 0; \quad u^* = 1 + \mathcal{E} \text{ sen } (\omega t) \quad (2.20)$$

Las condiciones de contorno para $t = 0$ (problema estacionario):

$$\text{En la pared } (R < r < \infty): \quad u = v = 0 \quad (2.21)$$

$$\text{En el eje } (0 < x < \infty): \quad \begin{cases} v = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \end{cases} \quad (2.22)$$

$$\text{En la entrada del chorro } (0 < r < R): \quad \begin{cases} v = 0 \\ u = U_{jet} \end{cases} \quad (2.23)$$

$$\text{En el infinito } (x \rightarrow \infty, t \rightarrow \infty): \quad \Delta p = p - p_{\infty} = 0 \quad (2.24)$$

Las condiciones de contorno adimensionales quedan de la siguiente manera:

$$\text{En la pared } (1 < r^* < \infty): \quad u^* = v^* = 0 \quad (2.25)$$

$$\text{En el eje } (0 < x^* < \infty): \quad \begin{cases} v^* = 0 \\ \frac{\partial u^*}{\partial r} = 0 \\ \frac{\partial p^*}{\partial r} = 0 \end{cases} \quad (2.26)$$

$$\text{En la entrada del chorro } (0 < r^* < 1): \quad \begin{cases} v^* = 0 \\ u^* = 1 \end{cases} \quad (2.27)$$

$$\text{En el infinito } (x^* \rightarrow \infty, t^* \rightarrow \infty): \quad \Delta p^* = 0 \quad (2.28)$$

2.5. Estabilidad lineal frente a un forzado armónico

El objetivo, como ya se ha descrito anteriormente es estudiar el problema de la estabilidad del flujo a través de unos parámetros adimensionales. Dichos parámetros variaran de forma que se encuentran en un rango que se describirá a continuación en los párrafos siguientes. Durante el estudio, se irán variando éstos de forma que mientras cambiamos uno, los otros permanecerán constantes. Con ello, comprobaremos las consecuencias que tiene el cambio de ciertas variables en la estabilidad del flujo. Dichos parámetros son:

- **Número de Reynolds:** En primer lugar variaremos el número de Reynolds, el cual como se indicó en el apartado de adimensionalización relaciona las fuerzas de inercia y de viscosidad, para poder hallar cuantitativamente el tipo de flujo lo cual lleva a conocer la estructura interna del régimen de un fluido en movimiento. Relaciona en una expresión adimensional la densidad, velocidad de fluido, longitud característica y viscosidad de un flujo. Este parámetro lo variaremos para ver cómo influye en el comportamiento del fluido en régimen laminar. Por esto, el número de Reynolds se variará en un rango $60 \leq Re \leq 600$.
- **Número de Strouhal:** Es un parámetro adimensional que describe el comportamiento oscilatorio de un flujo. Se utiliza en procesos no estacionarios. Se define como la relación entre el tiempo característico de las variaciones de las condiciones de contorno $t_0 = \frac{\omega}{2\pi}$ (relacionado con las variaciones locales del movimiento no estacionario) y un

tiempo típico denominado tiempo de residencia $\frac{2R}{U_{jet}}$ (asociado a variaciones convectivas).

Por ello, este número queda de la siguiente manera:

$$St = \frac{\omega}{2\pi} \cdot \frac{2R}{U_{jet}} \quad (2.29)$$

Cuando $St \ll 1$, es decir, el tiempo característico de variación de las condiciones de contorno es mucho mayor que el tiempo de residencia, la zona de interés cuya longitud característica es $2R$ es atravesada por una partícula fluida en un tiempo tan pequeño comparado con t_0 que en las condiciones de contorno, apenas se aprecia. La parte cuasi estable del flujo (de alta velocidad) domina la oscilación. Por este motivo, se puede aproximar que en un mismo instante el comportamiento en unas condiciones estacionarias, es el mismo que el del fluido en el dominio [20].

Para valores del número de Strouhal del orden de 1, los efectos no estacionarios no son importantes. Los valores intermedios del número de Strouhal se caracterizan por la aparición de vórtices.

Los rangos del número de Strouhal que se van a considerar en este estudio varían entre $0.20 \leq St \leq 0.45$, y partir de ahí encontraremos una frecuencia óptima para la que la onda se amplifica en mayor medida.

- **Amplitud del forzado:** Es la distancia entre el punto más alejado de una onda y el punto de equilibrio o medio. La amplitud de la perturbación va a tomar valores muy pequeños para asegurar un régimen lineal. Estos son $\mathcal{E} = 10^{-2}$ y $\mathcal{E} = 10^{-3}$. Ya lo introducimos en el apartado anterior en:

$$\text{Para } t^* > 0; \quad u^* = 1 + \mathcal{E} \operatorname{sen}(\omega t) \quad (2.20)$$

3. IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA

Para resolver nuestro problema, el primer paso que se debe realizar es la creación de una malla con la que podamos simular el comportamiento del fluido. Para ello se ha utilizado el programa Workbench, en el cual se traza la geometría de la malla rectangular en 2D.

Al querer estudiar una sección circular y por tanto, simétrica, se dibujará tan sólo el cuadrante superior para la simulación que comprenderá de la recta $r=0$ hasta un dominio que consideremos necesario y que posteriormente se justificará su elección. Es decir que la geometría en 2D de nuestro problema tiene simetría axial, puede interpretarse únicamente un lado respecto de un eje, ya que la solución será la misma en ambos lados del eje.

Por ello, si queremos trazar la geometría de la malla hemos de analizar dos parámetros: dominio y mallado.

3.1. Dominio

Si queremos saber cuál son las dimensiones del dominio adecuado para este problema, hemos de tener en cuenta que la malla tiene que ser lo suficientemente grande para poder visualizar todo lo que ocurre en el chorro y que para que el fluido proyectado no se vea perturbado por el campo lejano, es decir, que las fronteras del mallado simulen ser el infinito.

El radio del chorro es de 1mm, así que se ha escogido que la longitud de la malla correspondiente a la dirección axial sea 100mm, lo suficiente grande para el estudio del problema. Sin embargo, para determinar la anchura radial adecuada de la malla habrá que resolver un problema, en el cual iremos variando el valor del ancho de la malla rectangular.

Las dimensiones del dominio, finalmente, corresponden con los rangos $0 < r < 0.071$ y $0 < x < 0.1$. En el siguiente apartado se justifica la elección de dichos valores.

3.1.1. Influencia de las dimensiones del dominio

Como se ha expuesto en el apartado anterior, debemos realizar un estudio previo para obtener las dimensiones de la malla. Queremos una malla cuyas dimensiones sean las suficientes ya que la ingestión del fluido por la frontera lateral conlleva que la distancia hacia ella puede tener una influencia sobre el chorro. Se fijó una longitud axial de la malla de 100mm, lo suficiente grande comparado con el diámetro del chorro. Ahora se busca encontrar la anchura radial de la malla adecuada.

Se va a abordar un problema donde tendremos como parámetro adimensional principal el número de Reynolds que fijaremos en este caso como $Re=20$. El problema va a ser estacionario ya que el número de Reynolds constante. Se utilizará el programa Fluent, donde se implementará el problema donde el fluido está en reposo para $t < 0$, y donde en el instante inicial se proyecta el fluido a una velocidad constante, la correspondiente con el Reynolds que hemos impuesto anteriormente, $Re=20$. Con ello, obtendremos la solución en el instante de tiempo donde los resultados ya no varíen en el tiempo.

En las siguientes imágenes (figuras 14-23) se han dibujado los perfiles de velocidades en diferentes posiciones en función del radio para diferentes dominios. Estas posiciones son: $x=0.0001$, $x=0.0002$, $x=0.0005$, $x=0.001$, $x=0.002$, $x=0.005$, $x=0.01$, $x=0.02$, $x=0.05$, $x=0.1$ (unidades en metros, la última posición es el punto final de la longitud axial de la malla creada). Estas secciones se han creado en 'solution XY plot' y dentro de ese menú en 'new Surface', luego hemos dibujado dando unas direcciones a los ejes X e Y la velocidad axial (aunque hay muchos otros parámetros para poder seleccionar).

Para estas comparaciones se ha creado en Matlab un sencillo código (ver APÉNDICE B: Velocity_profiles), y así, poder comprobar qué dimensiones de las fronteras laterales de la malla no influyen en el comportamiento del chorro. Hemos hecho el análisis con las siguientes dimensiones y para ellas hemos pintado los perfiles de velocidad:

1. $0 < x < 0.1$; $0 < r < 0.051$
2. $0 < x < 0.1$; $0 < r < 0.071$
3. $0 < x < 0.1$; $0 < r < 0.081$

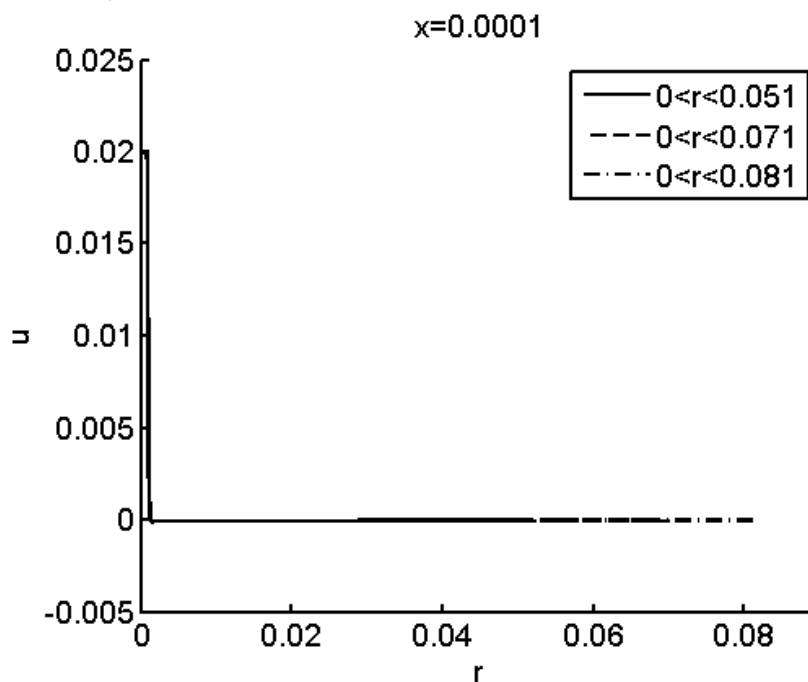


Figura 14. Perfiles de velocidad axial para diferentes dominios en $x=0.0001m$.

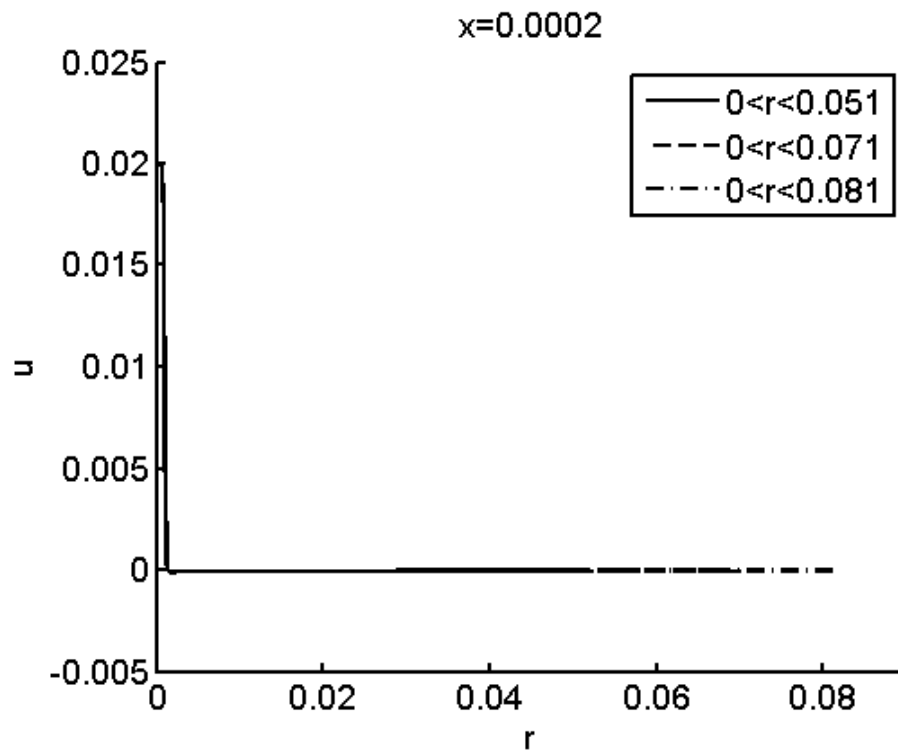


Figura 15. Perfiles de velocidad axial para diferentes dominios en $x=0.0002m$.

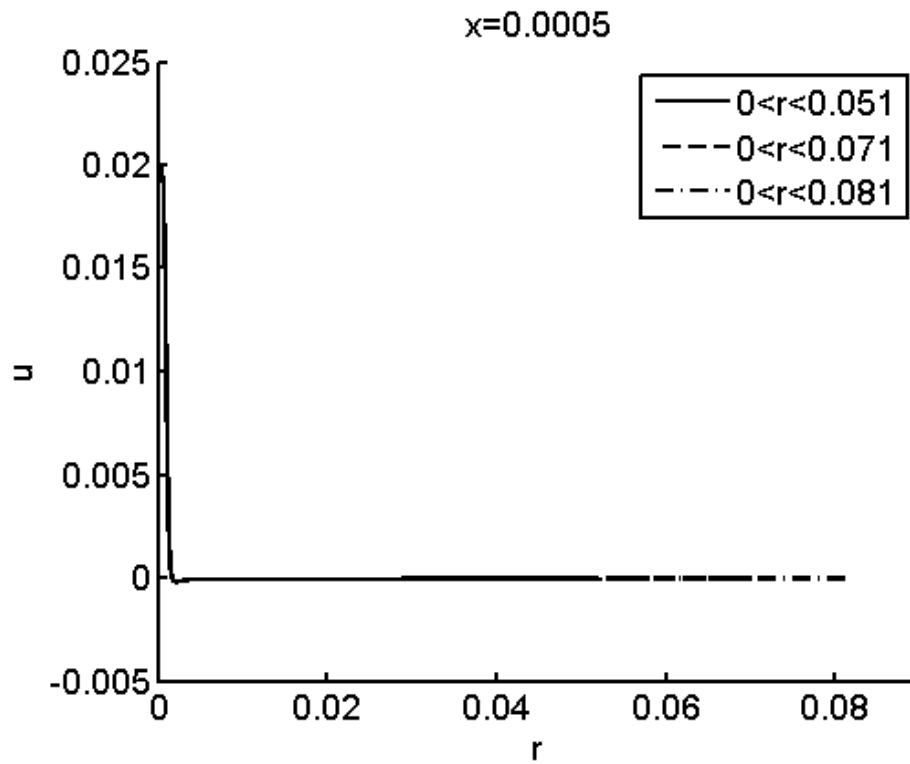


Figura 16. Perfiles de velocidad axial para diferentes dominios en $x=0.0005$

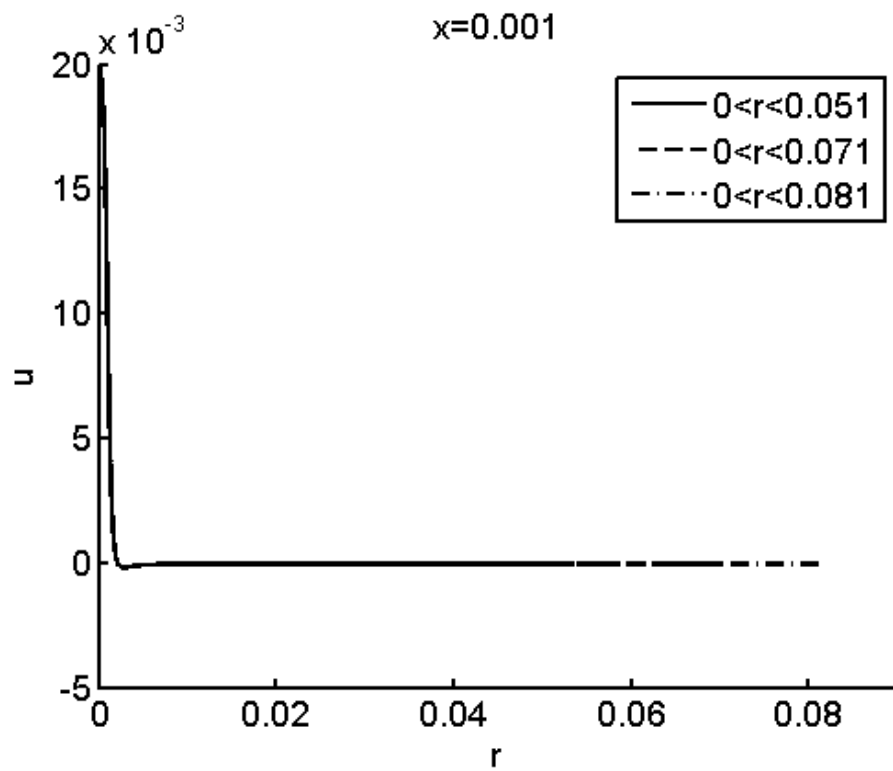


Figura 17. Perfiles de velocidad axial para diferentes dominios en $x=0.001$ m.

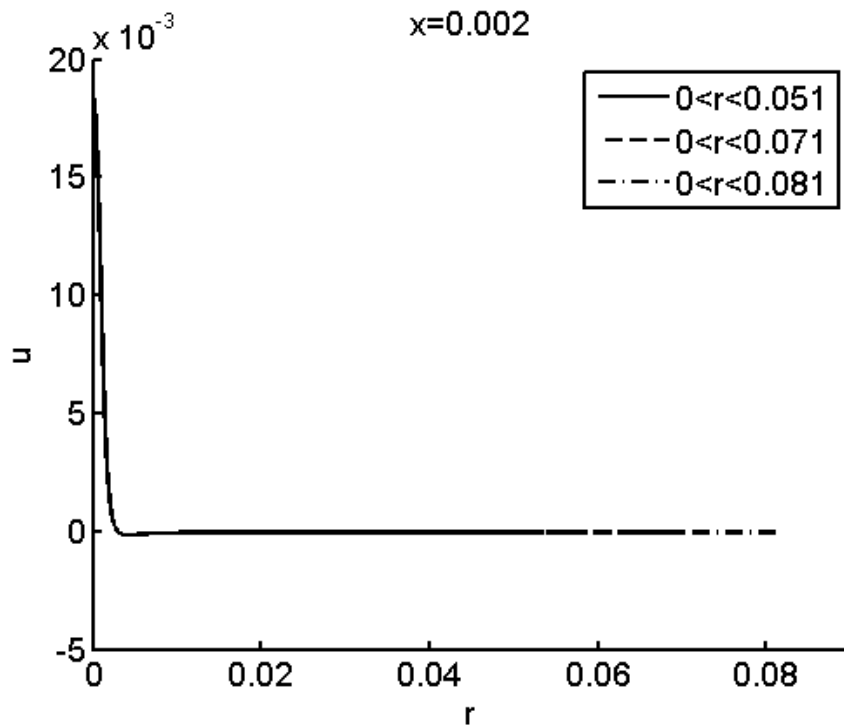


Figura 18. Perfiles de velocidad axial para diferentes dominios en $x=0.002$ m.

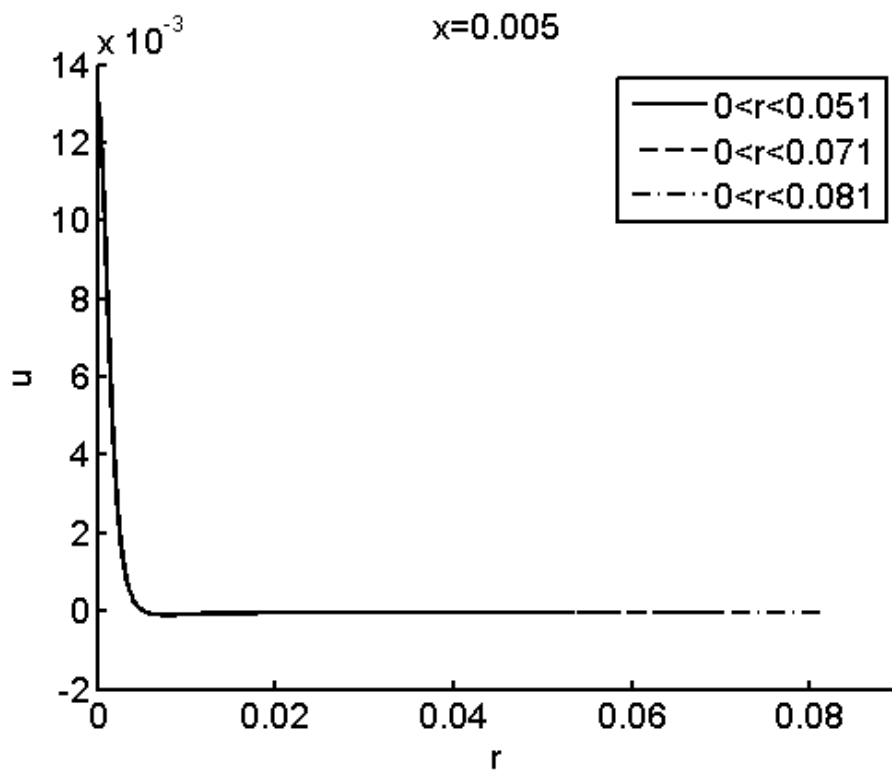


Figura 19. Perfiles de velocidad axial para diferentes dominios en $x=0.005$ m.

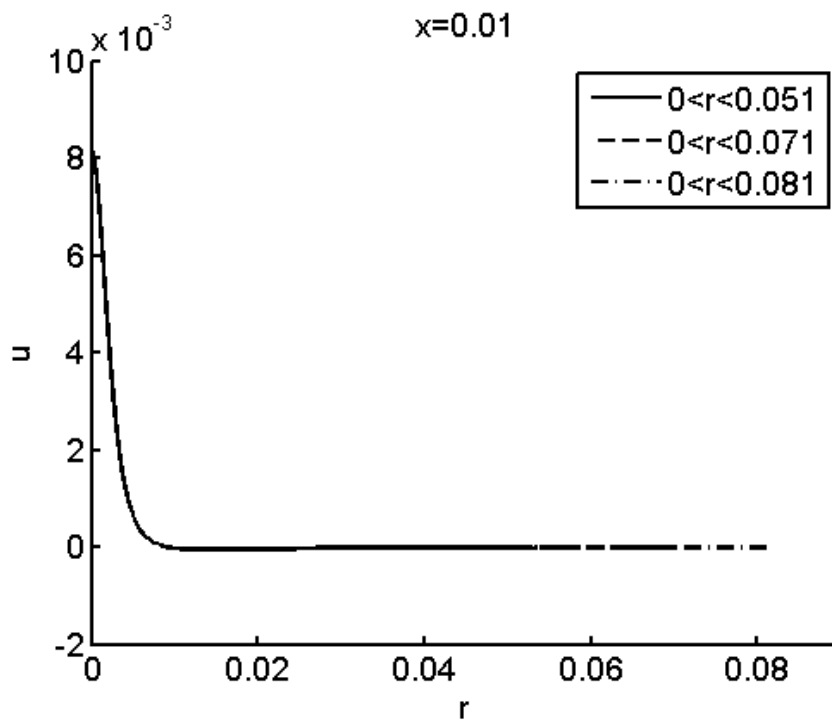


Figura 20. Perfiles de velocidad axial para diferentes dominios en $x=0.01$ m.

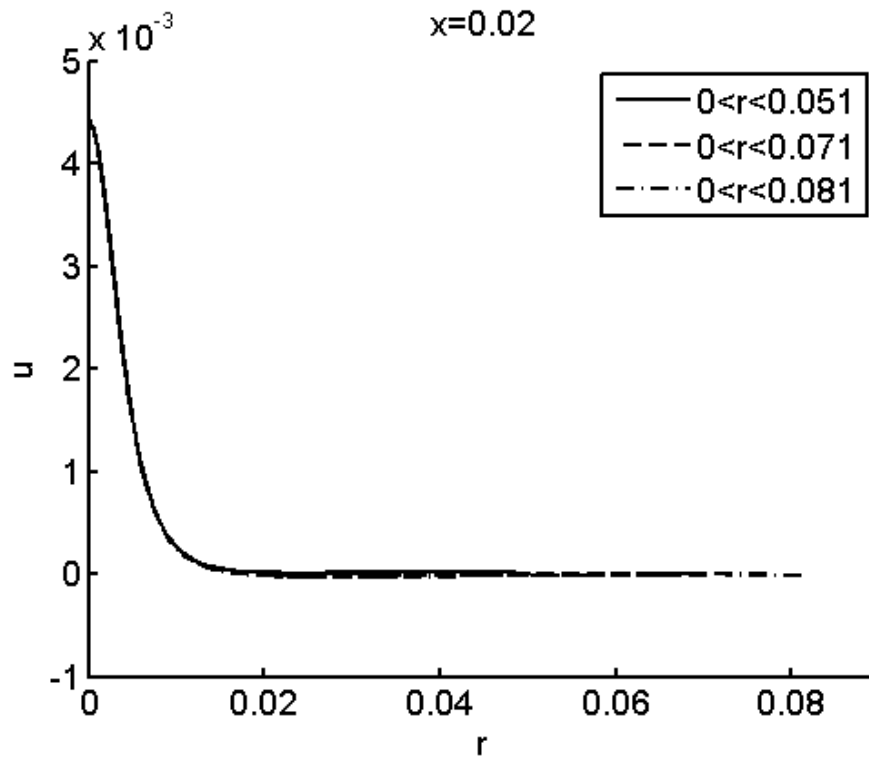


Figura 21. Perfiles de velocidad axial para diferentes dominios en $x=0.02m$.

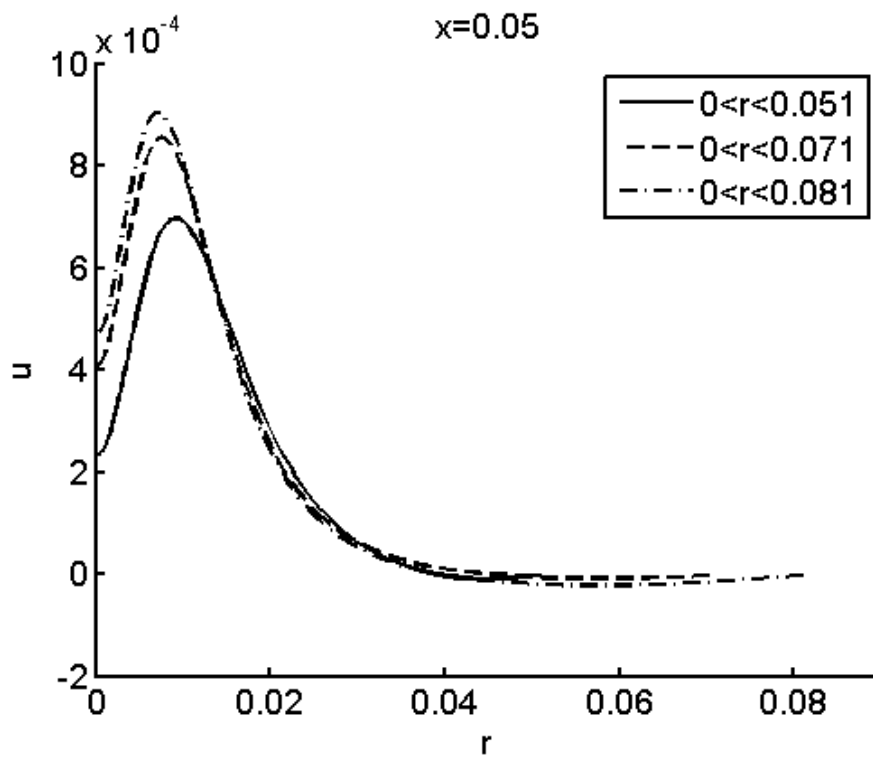


Figura 22. Perfiles de velocidad axial para diferentes dominios en $x=0.05m$.

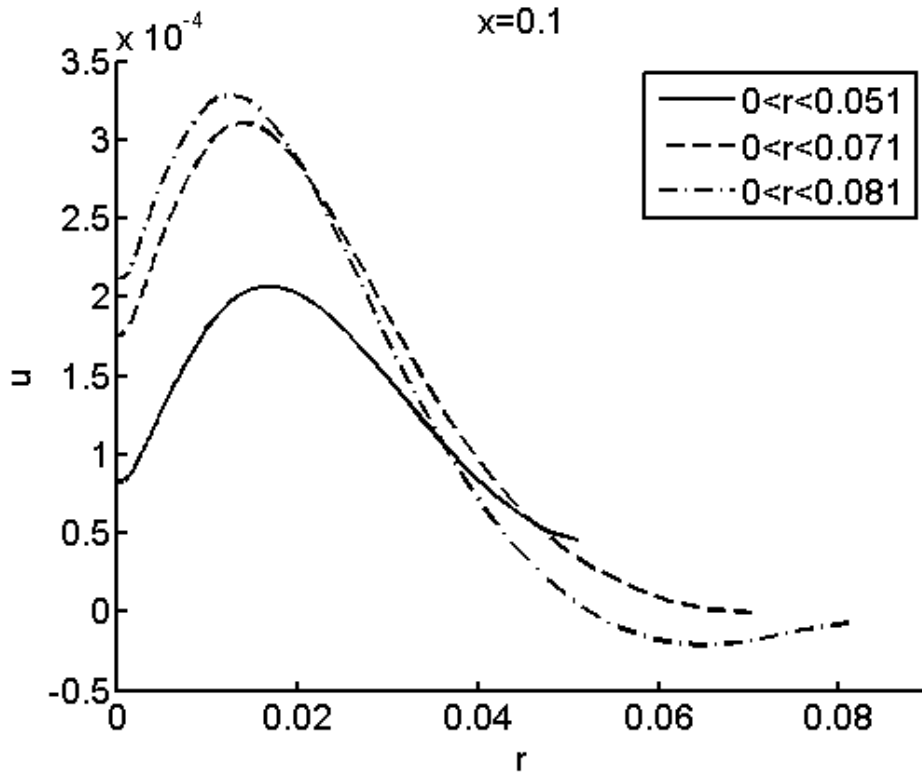


Figura 23. Perfiles de velocidad axial para diferentes dominios en $x=0.1m$.

Se puede observar que los perfiles de velocidad de los tres dominios estudiados coinciden para las posiciones cercanas a la salida del flujo. Sólo a partir de la posición $x = 0.05$ empiezan a verse las primeras diferencias, es decir, a partir de la segunda mitad de la longitud axial de la malla, pero lo que nos interesa realmente es la primera mitad de ésta y la distancia es mucho mayor que el radio del fluido proyectado.

Los perfiles difieren cada vez más según nos alejamos de la entrada del chorro, excepto para los dominios de anchura radial $0 < r < 0.071$ y $0 < r < 0.081$, cuyo comportamiento es muy similar, por lo que podemos decir que escogiendo el dominio de $0 < r < 0.071$ el comportamiento del chorro no se ve influido por el campo lejano. Las dimensiones escogidas para la construcción de la malla que posteriormente será simulada son: $0 < x < 0.1$; $0 < r < 0.071$ metros.

3.2. Mallado

Para continuar con la construcción de nuestra malla y que la solución de la simulación sea lo más aproximada a la solución real necesitaremos una malla lo suficientemente precisa. Se ha creado una malla estructurada con el programa Ansys Meshing Tool la cual se ha realizado teniendo en cuenta que la distancia entre los nodos de la malla tiene que ir decreciendo conforme nos acercamos al eje.

Con todo esto construimos la malla aunque no podemos refinar la malla en su totalidad numeradas veces, tiene que ser únicamente en los lugares de mayor interés (el número de nodos de la malla está acotado superiormente). Este lugar es la zona más próxima a la salida del chorro. La razón de refinar esta zona en especial es que el radio del chorro de inyección muy pequeño comparado con las dimensiones de la malla, así que tenemos que tener mayor precisión en las zonas más próximas a éste, interesándonos menos las partes más alejadas. Los refinados que se han aplicado, donde se puede apreciar que se toma especial interés a la salida del flujo, han sido los siguientes:

Refinado 1	$0 < x < 0.1$	$0 < r < 0.01$
Refinado 2	$0 < x < 0.05$	$0 < r < 0.005$
Refinado 3	$0 < x < 0.01$	$0 < r < 0.002$
Refinado 4	$0 < x < 0.001$	$0 < r < 0.0015$

Tabla 3. Refinados de la malla.

En las siguientes figuras se muestra la malla inicial estructurada sin refinar, y en la figura 8 se observa la malla final con el último refinado.

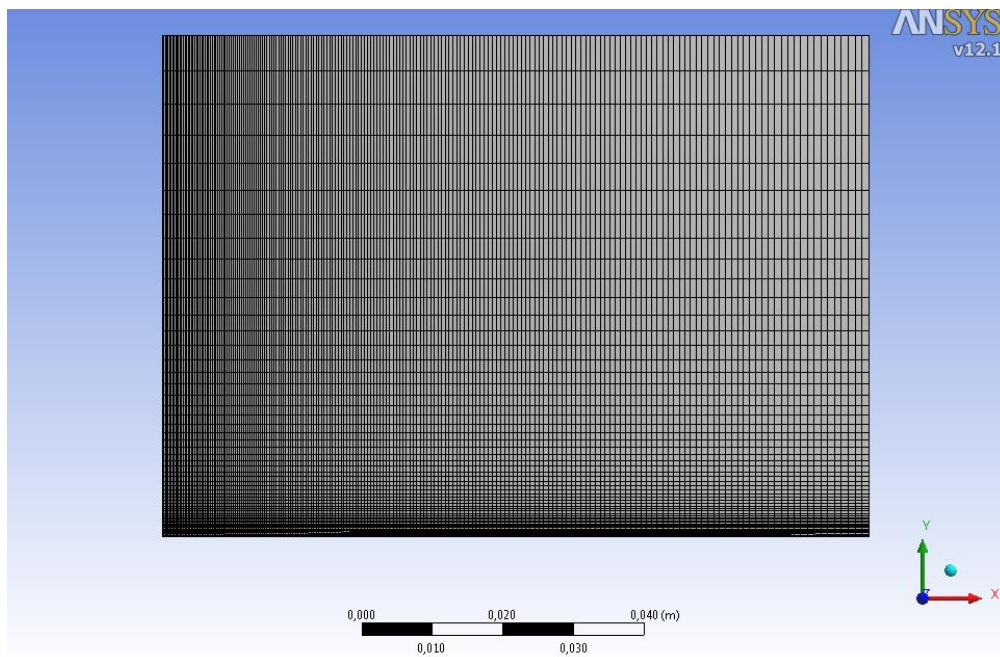


Figura 24. Mallado inicial estructurado.

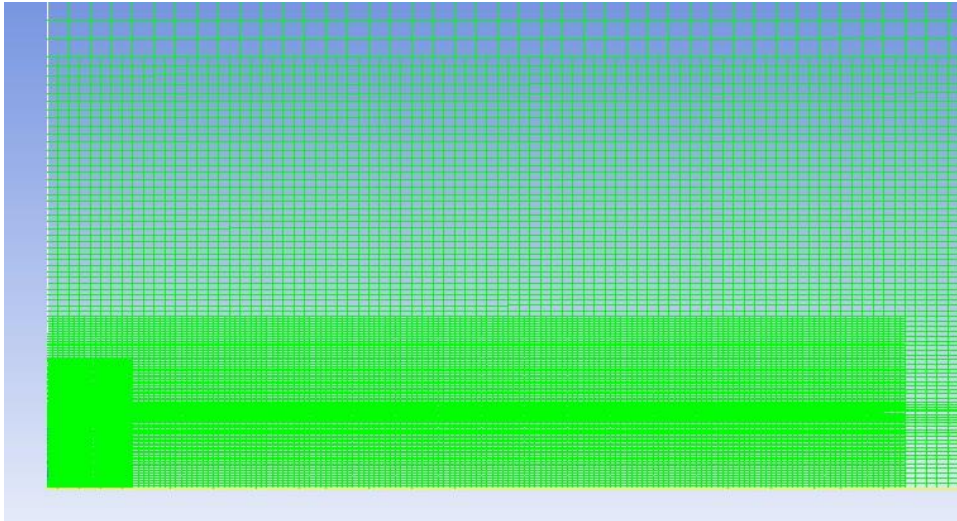


Figura 25. Mallado final de trabajo refinado en cuatro ocasiones: primer refinado comprendido entre las frontera $[(0 < x < 0.1) \text{ y } (0 < r < 0.01)]$, segundo refinado $[(0 < x < 0.05) \text{ y } (0 < r < 0.005)]$, tercer refinado $[(0 < x < 0.01) \text{ y } (0 < r < 0.002)]$ y cuarto refinado $[(0 < x < 0.001) \text{ y } (0 < r < 0.0015)]$.

3.2.1. Estudio de la convergencia del refinado de la malla

Una vez refinada la malla con lo indicado en el apartado anterior (los cuatro refinados), no sabemos si deberíamos hacer más refinados para aumentar la precisión y obtener unos resultados relativamente fieles a la realidad. Para comprobarlo, se ha realizado un quinto refinado en la totalidad de la malla, es decir, que comprende las regiones: $0 < x < 0.1$ y $0 < r < 0.071$.

Una vez realizado este último refinado, se procederá a graficar los perfiles de la velocidad axial en función del radio para las mismas posiciones que en la comprobación del dominio. Para ello, se seguirán los mismos pasos seguidos de la comprobación del dominio, interpretando en Fluent el caso donde el chorro será proyectado con velocidad constante, la correspondiente al número de Reynolds $Re=20$, el cual elegimos anteriormente. Los perfiles de velocidades serán los correspondientes al cuarto refinado y al quinto refinado. Se pretende encontrar que para ambos refinados, los perfiles de velocidad sean muy similares a lo largo de la longitud axial.

A continuación se pueden visualizar la representación de los perfiles de velocidad axial:

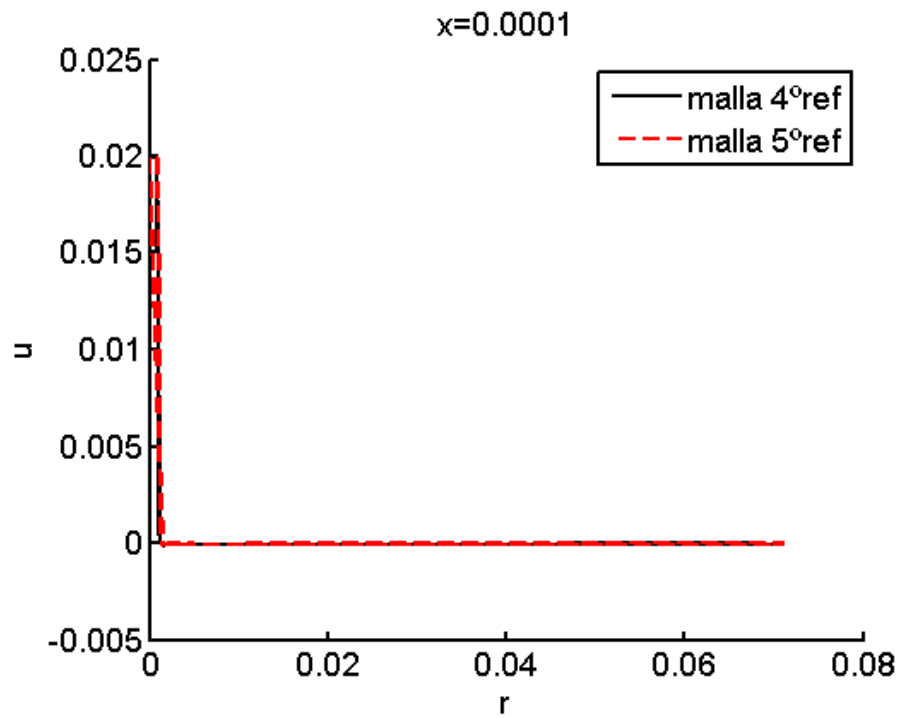


Figura 26. Perfiles de velocidad axial en el mallado final y en el mallado de comprobación en $x=0.0001$.

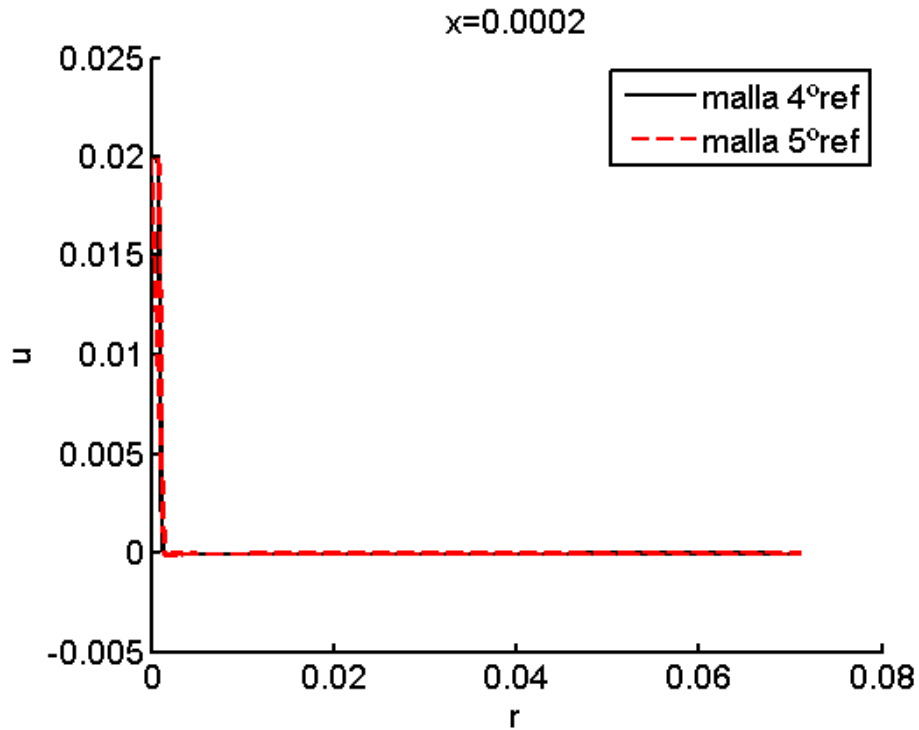


Figura 27. Perfiles de velocidad axial en el mallado de cuarto y quinto refinado en $x=0.0002$.

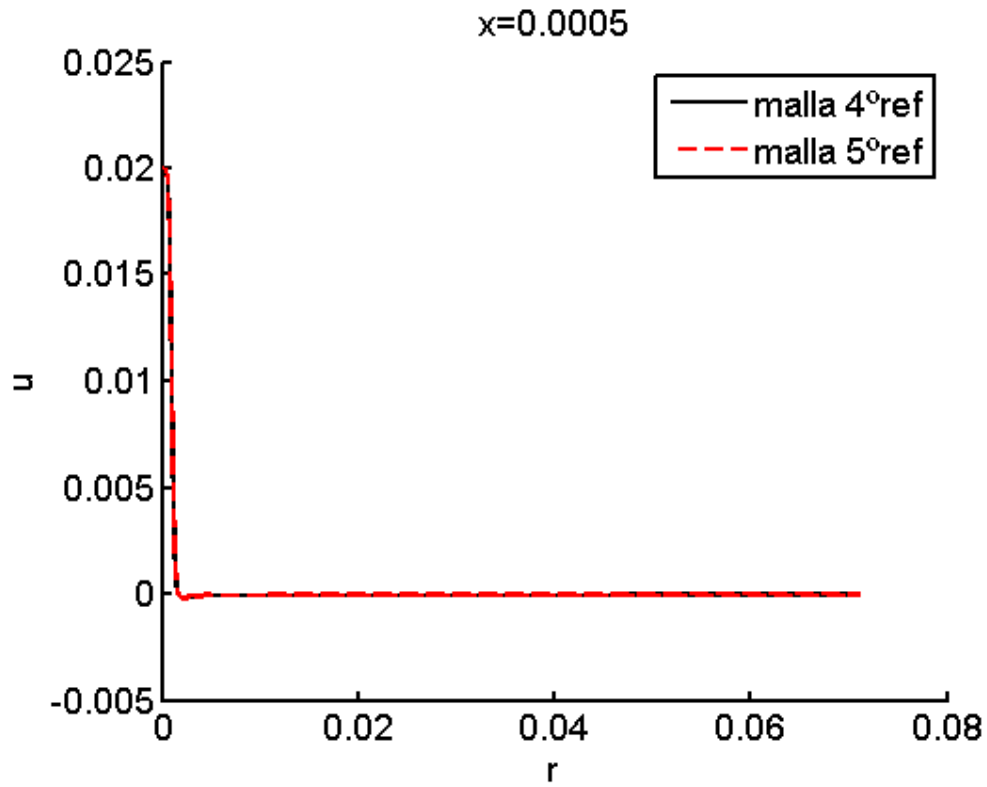


Figura 28. Perfiles de velocidad axial en el mallado de cuarto y quinto refinado en $x=0.0005$.

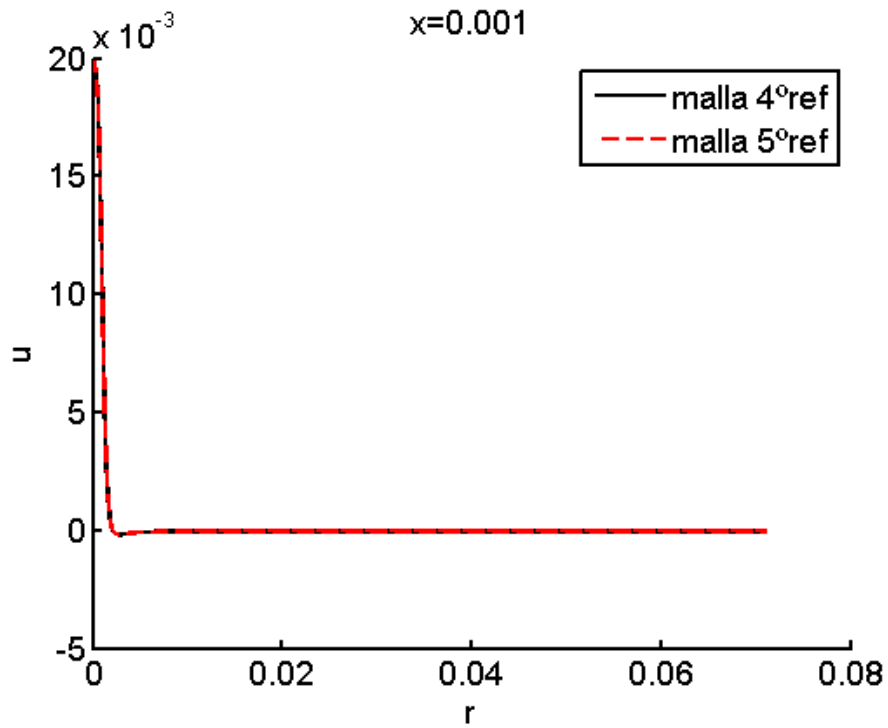


Figura 29. Perfiles de velocidad axial en el mallado de cuarto y quinto refinado en $x=0.001$.

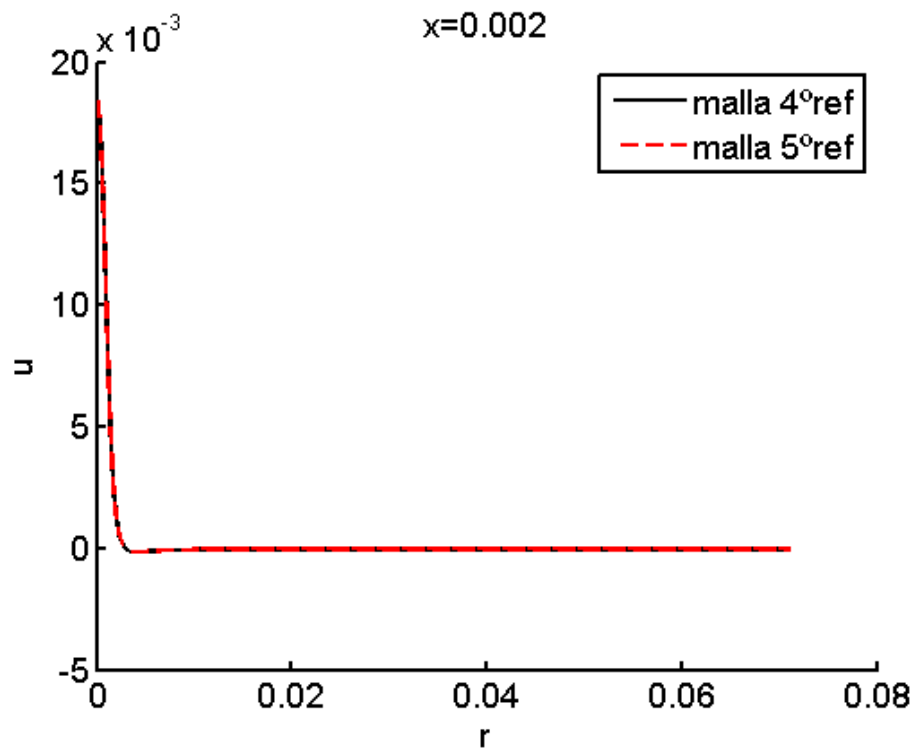


Figura 30. Perfiles de velocidad axial en el mallado de cuarto y quinto refinado en $x=0.002$.

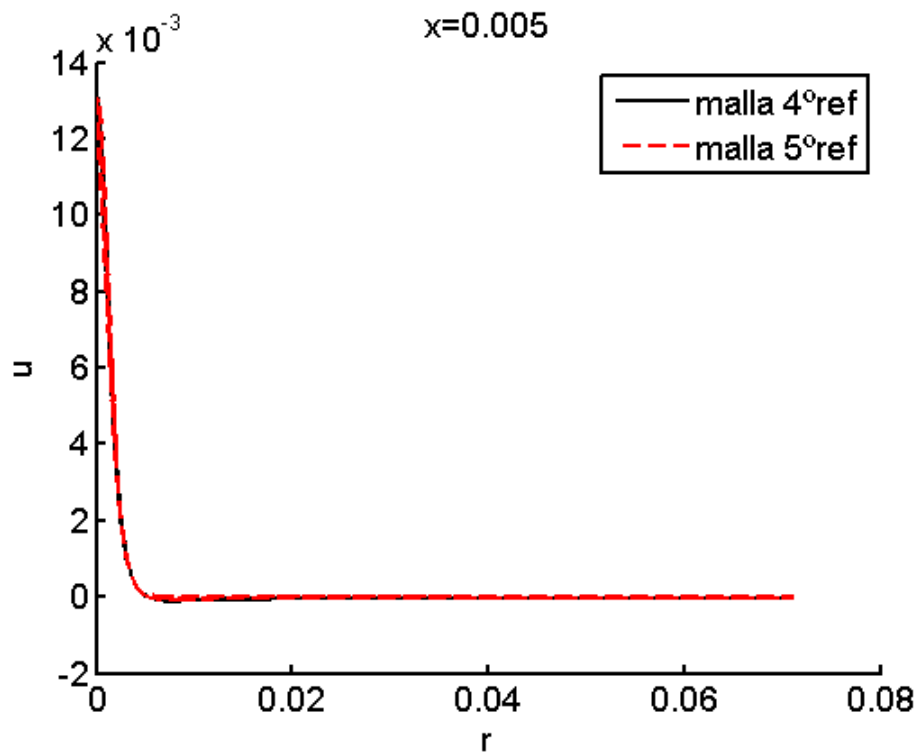


Figura 31. Perfiles de velocidad axial en el mallado de cuarto y quinto refinado en $x=0.005$.

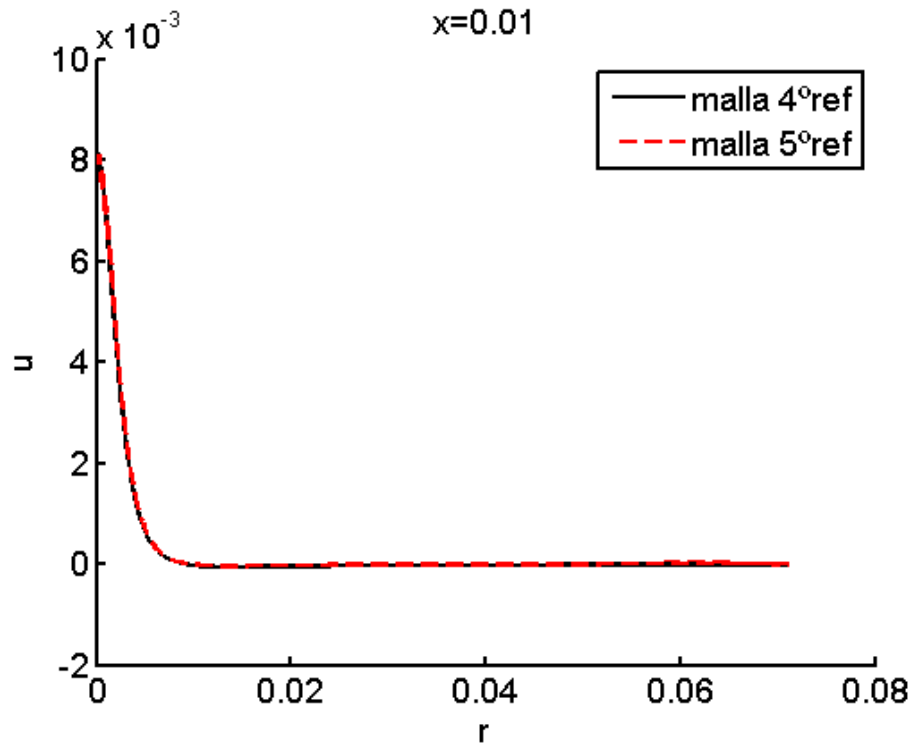


Figura 32. Perfiles de velocidad axial en el mallado de cuarto y quinto refinado en $x=0.01$.

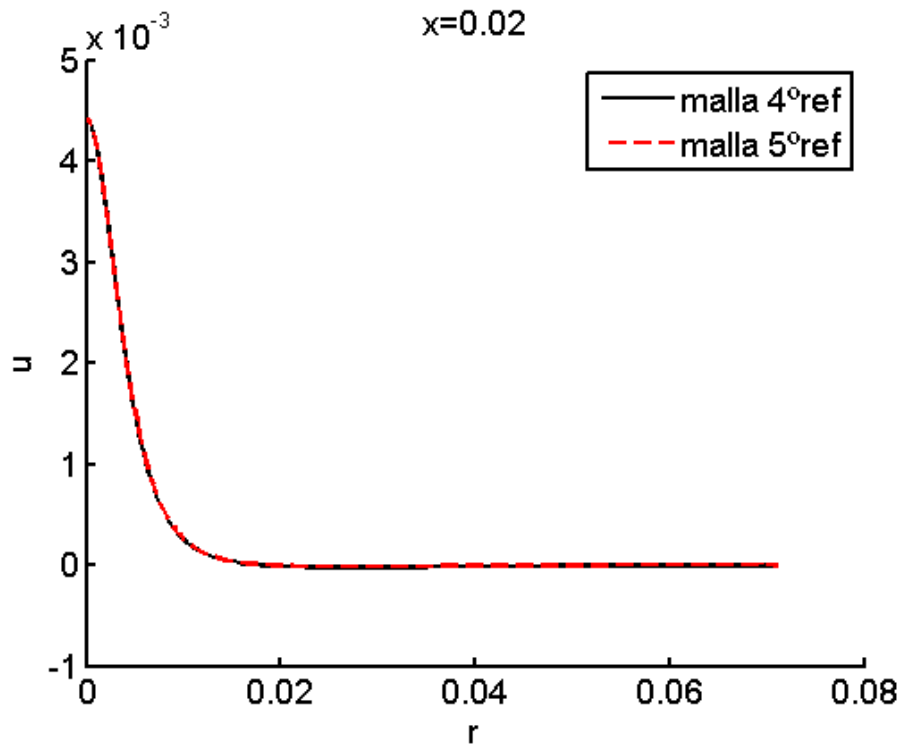


Figura 33. Perfiles de velocidad axial en el mallado de cuarto y quinto refinado en $x=0.02$.

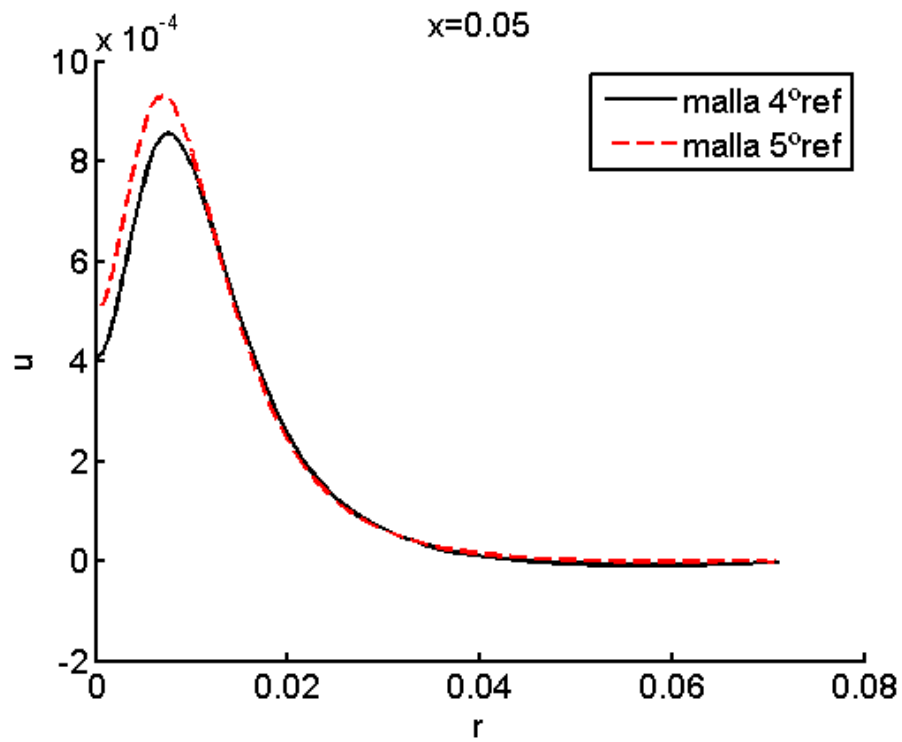


Figura 34. Perfiles de velocidad axial en el mallado de cuarto y quinto refinado en $x=0.05$.

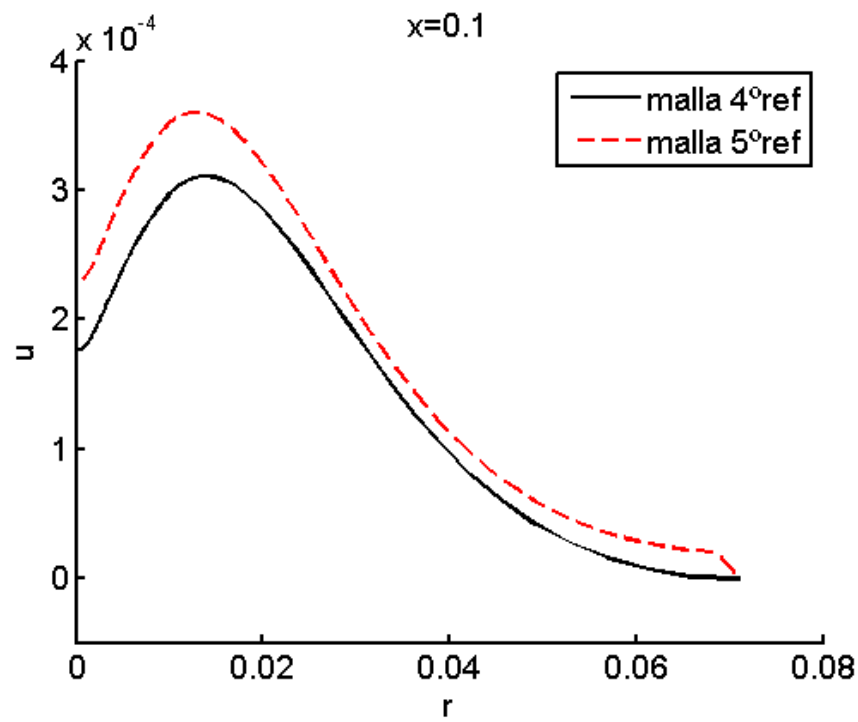


Figura 35. Perfiles de velocidad axial en el mallado de cuarto y quinto refinado en $x=0.1$.

La línea continua corresponde a la malla refinada en cuatro ocasiones, que será la malla final (la cual usaremos en el estudio de la estabilidad del chorro), y la línea discontinua a la malla refinada una quinta vez en todo su dominio, que será la malla de comprobación que nos permitirá saber si tomar la malla del cuarto refinado es una buena elección.

Se empiezan a apreciar diferencias a partir de la posición $x = 0.05$ en la segunda mitad de la malla, para radios cercanos al eje, pero al ser esta distancia mucho mayor que el radio del fluido proyectado, como en la comprobación anterior, y al ser la diferencia de velocidades del orden $\sim 10^{-5}$, se puede concluir que el mallado de cuatro refinados es bueno y que aportará resultados bastante precisos.

3.3. Condiciones de contorno (Boundary conditions)

Como ya tenemos la malla con sus dimensiones y su mallado, se procederá a simular la proyección del chorro en el programa Fluent. Para ello, lo primero que tenemos que hacer es definir el problema mediante las condiciones de contorno. En la imagen quedan definidas las fronteras de la malla en las que posteriormente se deberá indicar en cada una de ellas las condiciones de contorno.

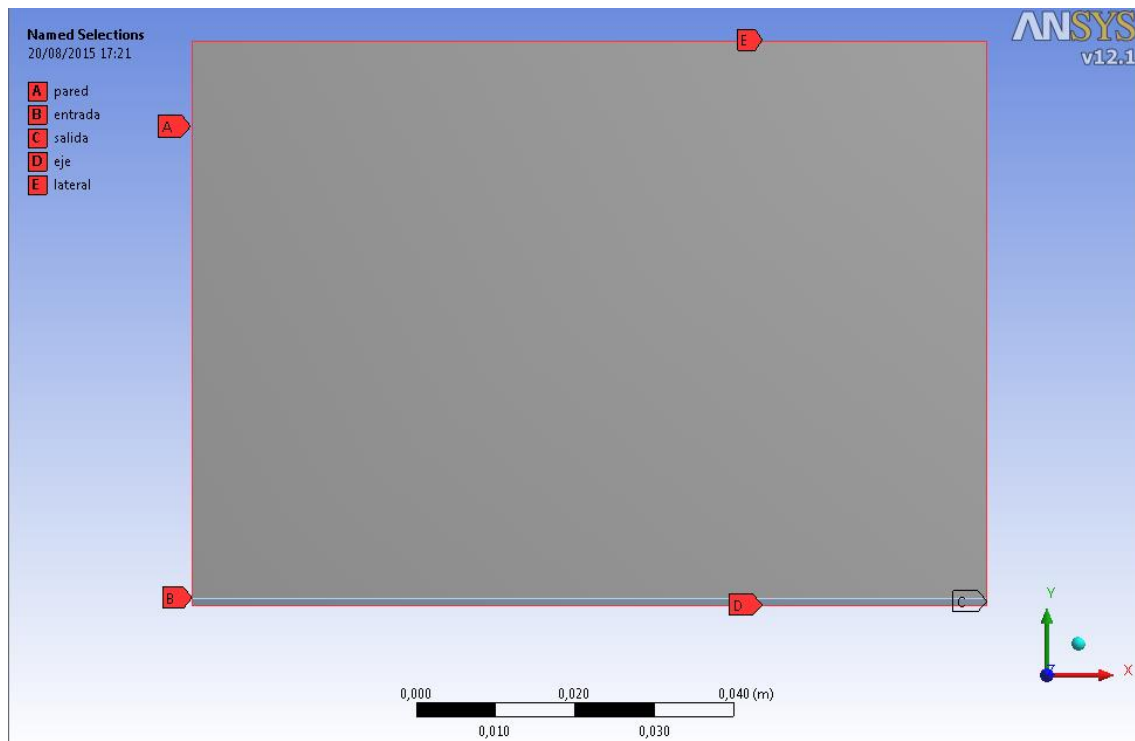


Figura 36. Fronteras de la malla: (A) pared, (B) entrada, (C) salida, (D) eje y (E) lateral

Nota: la frontera ‘salida’ comprende tanto la salida del chorro como la salida delimitada por el dominio. Se han unido las dos porque las condiciones de contorno a implementar son iguales.

En el problema estacionario, las condiciones de contorno de cada frontera son las mismas que en el problema transitorio, exceptuando que la velocidad con la que se inyecta el chorro es constante.

En el primer caso definiremos la velocidad de la entrada (B) poniendo la velocidad correspondiente al número de Reynolds que estemos ensayando y señalando que será constante. En la entrada del segundo caso implementaremos una ‘interpreted function’ creada en el lenguaje de programación C en la cual hay varios parámetros que Fluent usará para el análisis del transitorio. Esta función se mostrará más adelante.

A continuación se definen las condiciones de contorno de las distintas secciones de la malla:

PARED:

Type: wall

Wall motion: stationary wall

Shear condition: no slip

ENTRADA:

Type: velocity-inlet

Velocity specification method: magnitude, normal to boundary

Velocity magnitude: udfinlet_velocity (UDF) (TRANSITORIO)

SALIDA:

Type: pressure-outlet

Gauge pressure: 0 Pas (constant)

Backflow direction specification method: normal to boundary

EJE:

Type: axis.

LATERAL

Type: pressure outlet

Gauge pressure: 0 Pas (constant)

Backflow direction specification method: from neighboring cell

3.4. Problema estacionario

Para calcular la solución del problema no estacionario, se puede partir de dos situaciones diferentes: una es calcular primero el problema estacionario, y partiendo de esa solución se prosigue con el transitorio y otra es iniciando el transitorio. El motivo de la elección del cálculo del problema estacionario primero se debe a que posteriormente se tiene que hacer la implementación del caso transitorio, y si el estacionario no se hubiese realizado previamente (y se hubiese partido del transitorio directamente), se hubiesen producido unas variaciones muy bruscas en los resultados antes de alcanzar la solución final. Por ello, se ha utilizado un estado sin variaciones (estacionario) en el tiempo para posteriormente ir alterando poco a poco los resultados donde sí variarán en el tiempo (transitorio).

Se han marcado unas ciertas condiciones de partida para la implementación del problema estacionario y son las siguientes:

- El problema es estacionario, por lo que la solución no cambia con el tiempo. Seleccionar en 'General' :

Type: pressure- based

Time: steady

Velocity formulation: absolute

2D space: axisymmetric

- El fluido con el que se va a trabajar es agua, tanto el fluido proyectado como el fluido ambiente (en reposo). Las propiedades constantes que se van a escribir en Fluent son: Densidad (kg/m^3) = 1000 y Viscosidad dinámica ($\text{Kg/m}\cdot\text{s}$) = 0.001
- En 'Models' se pueden elegir la activación de determinadas ecuaciones como por ejemplo la de la energía pero al tener el chorro la misma densidad que el ambiente, no nos hace falta esta opción.
- Velocidad con la que se inyecta el chorro constante (se escribe en los 'boundary condition' en la sección de la entrada: velocity inlet) y su valor variará en función del número de Reynolds
- En el apartado 'solution methods':
 - Schme: simple
 - Gradient: Least squares cell based
 - Pressure: Standard
 - Momentum: Second Order Upwind

- Para que el resultado tenga más precisión en la opción 'Monitors' vamos a escribir en 'residual- print, plots' en la columna de 'absolute criteria' que el residuo sea $\sim 10^{-5}$. Ya que se quiere encontrar la solución más aproximada posible que resuelva las ecuaciones de Navier-Stokes y la de energía, por ello es suficiente imponer que el error residual de la ecuación de continuidad y de las de cantidad de movimiento sea menor a 10^{-5}
- Antes de empezar a calcular las iteraciones, debemos inicializar en 'solution initialization' donde podemos dar unos valores iniciales a la presión, la velocidad axial y la radial.

3.5. Problema transitorio

Una vez obtenida la solución del problema estacionario, se pretende encontrar la solución del problema transitorio a partir del anterior.

En este caso la solución no será constante en el tiempo, ya que se pretende aplicar al chorro un forzado armónico para estudiar la estabilidad de este frente a distintos números de Reynolds, por tanto la velocidad ya no será constante y su valor vendrá dado por diferentes parámetros descritos a continuación:

- Ahora cambiamos en 'General' la opción 'time' de steady a transient y en 'solution methods', en su opción 'transient formulation' seleccionamos second order implicit.
- Implementamos la función creada en define→user-define→functions→interpret. Esta función viene dada por varios parámetros y para el caso de $Re=600$, $St=0.3$ y $\mathcal{E}=0.01$ es :

```
PROGRAM UDF INLET_VELOCITY
```

```
#include "udf.h"
```

```
#define PI 3.141592654
```

```
DEFINE_PROFILE(intlet_velocity,th,i)
```

```
{
```

```
    double Re = 600;
```

```
    double St = 0.3;
```

```
    double eps = 0.01;
```

```
    double R = 0.001;
```

```

double nu = 0.000001;

double U = nu*Re/R;

double freq = U*St/(2.0*R);

face_t f;

begin_f_loop(f,th)

double t = CURRENT_TIME;

{

    F_PROFILE(f,th,i) = U*(1.0+eps*sin(2.0*PI*freq*t));

}

end_f_loop(f,th);

}

```

Como se puede observar en este programa, la perturbación que se forme será distinta en función del número de Reynolds, número de Strouhal y amplitud de la onda, ya que el resto de los parámetros permanecen en todo momento constante.

Algunas otras consideraciones que se han tenido en cuenta para realizar el transitorio son las siguientes:

- La solución óptima sería estudiar la totalidad del campo fluido en cada paso temporal, pero esto generaría una cantidad de datos demasiado grande. Este motivo nos lleva a analizar únicamente la línea donde más se amplifican las perturbaciones, ésta es $r=0.001$, donde comienza la capa de cortadura justo en la salida del chorro. En esta recta se va a estudiar la evolución espacio-temporal de cada partícula fluida.

Dicha recta se crea como se hicieron las posiciones a estudiar de la comprobación del dominio y del mallado. Pero se implementa de la siguiente manera: calculation activities→automatic export→create→ seleccionamos la Surface y la magnitud que queremos analizar y en 'file type' cambiamos el tipo de archivo que viene por defecto (CGNS) por ASCII.

Esto sirve para crear las soluciones para cada tiempo, las cuales se quedan guardadas en archivos para posteriormente, interpretar dichas soluciones en códigos creados específicamente para ello en el programa Matlab.

- En el menú ‘run calculation’ definimos la onda formada de un manera precisa, se necesitará usar un paso temporal pequeño que lo definiremos de forma que cada onda se divide en 100 partes. Este paso se define como en la opción ‘time step size’:

$$\Delta t = \frac{1}{100 \cdot f} \quad (3.1)$$

Donde:

$$f = \frac{U_{jet} \cdot St}{2 \cdot R} \quad (3.2)$$

$$U_{jet} = \frac{Re \cdot 10^{-5}}{R} \quad (3.3)$$

El ‘time step’ dependerá realmente del número de Strouhal y del número de Reynolds, ya que los demás parámetros permanecen constantes.

- Por último, se ha definido el número máximo de iteraciones por cada intervalo de tiempo en 200, es decir, si no llega a la solución en 200 iteraciones (opción ‘max iterations/time step’), pasa al siguiente ‘time step’, donde el número de time steps (opción ‘number of time steps’) se ha fijado en 3000. Posteriormente se podrá comprobar si este número es lo suficiente grande o sin embargo, no se precisan tantas iteraciones para llegar a la solución estacionaria.

3.6. Postproceso en Matlab

Una vez realizadas las iteraciones del problema transitorio tenemos que saber interpretar que datos nos interesan para el estudio. Como se comentó en el apartado anterior lo ideal sería estudiar lo que ocurre en todo el dominio pero esta opción es casi inviable, por lo que se decidió que lo mejor es centrarse en una zona donde se sufren más las perturbaciones y esta zona es la recta $r=0.001\text{m}$ en un tiempo mayor que cero. Lo que hacemos al ‘centrarnos’ en esa recta es crear soluciones para cada instante de tiempo y se quedan guardadas en archivos que serán interpretadas en diagramas espacio-temporales.

Para estos diagramas se ha empleado un código en Matlab en el cual se ha creado una matriz que describe la evolución de la energía adimensional en el espacio-tiempo con el fin de llegar a una solución del transitorio que varíe en el tiempo de la misma manera.

En estos diagramas nos tenemos que fijar en la última parte de ellas, es decir, los cuatro últimos ciclos de la matriz de la energía. Una vez creadas las gráficas, vamos a interpretarlas en otro programa distinto al de antes de forma que, de ese nuevo código, se obtendrá la energía cinética máxima que se alcanza y el punto a lo largo del eje X

exactamente donde la energía de la onda decae un 90% respecto de su máxima energía alcanzada, es decir, cuando el chorro se estabiliza.

Este procedimiento se repetirá para cada caso en los cuales variaremos los números de Reynolds, los números de Strouhal y las amplitudes de onda. Por lo que los resultados se verán influidos por estos parámetros. Cuando tengamos todos los diagramas de energía, junto con los datos que sacaremos de ellos, encontraremos una relación que depende de los parámetros adimensionales citados antes, los cuales siguen los resultados obtenidos.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Dinámica y estructura del flujo

Antes de empezar a describir la solución del problema transitorio y cómo influyen los parámetros adimensionales citados anteriormente, se debería hacer un estudio de la dinámica que analiza el movimiento natural del fluido. Para realizarlo, precisaremos de ciertas magnitudes como son la vorticidad, la velocidad y la presión.

La inestabilidad se ve reflejada en un aumento de la vorticidad justo después de la salida, y por ello, cuando crece dicha inestabilidad, aparece la formación de vórtices. En el núcleo del vórtice la rotación de las partículas fluidas es mayor, por lo que en esa zona existirá más vorticidad.

La vorticidad mide, por tanto, la rotación del fluido y adquiere especial importancia cuando trabajamos con un fluido incompresible y no viscoso. Dicha vorticidad se define de la siguiente manera:

$$\overline{\omega} = \nabla \times \overline{v} = \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \overline{e}_\theta \quad (4.1)$$

En la figura 37 se ha representado la secuencia de vorticidad que sigue el flujo para el caso $Re=600$, $St=0.3$ y $\mathcal{E}=0.01$.

Hemos escogido este caso del número de Reynolds más alto que hemos ensayado debido a que la vorticidad gana importancia para números de Reynolds alto. Éste es, por tanto, el mejor ejemplo donde se ve con mayor claridad la formación de vórtices en comparación al resto de los diferentes números de Reynolds estudiados.

Se puede visualizar en la imagen la diferencia de tonos, donde el color naranja corresponde con la vorticidad más alta y el color azul con la más baja. También se observa que justo en la salida del chorro, en $r^*=1$, se alcanza el máximo valor.

Se aprecia claramente en la secuencia de la figura cómo el primer vórtice formado va perdiendo de rotación conforme se avanza en el eje longitudinal. Conforme nos alejamos de la entrada del chorro la vorticidad se hace más débiles decir, se produce un decaimiento del vórtice. Esto se debe a la difusión viscosa.

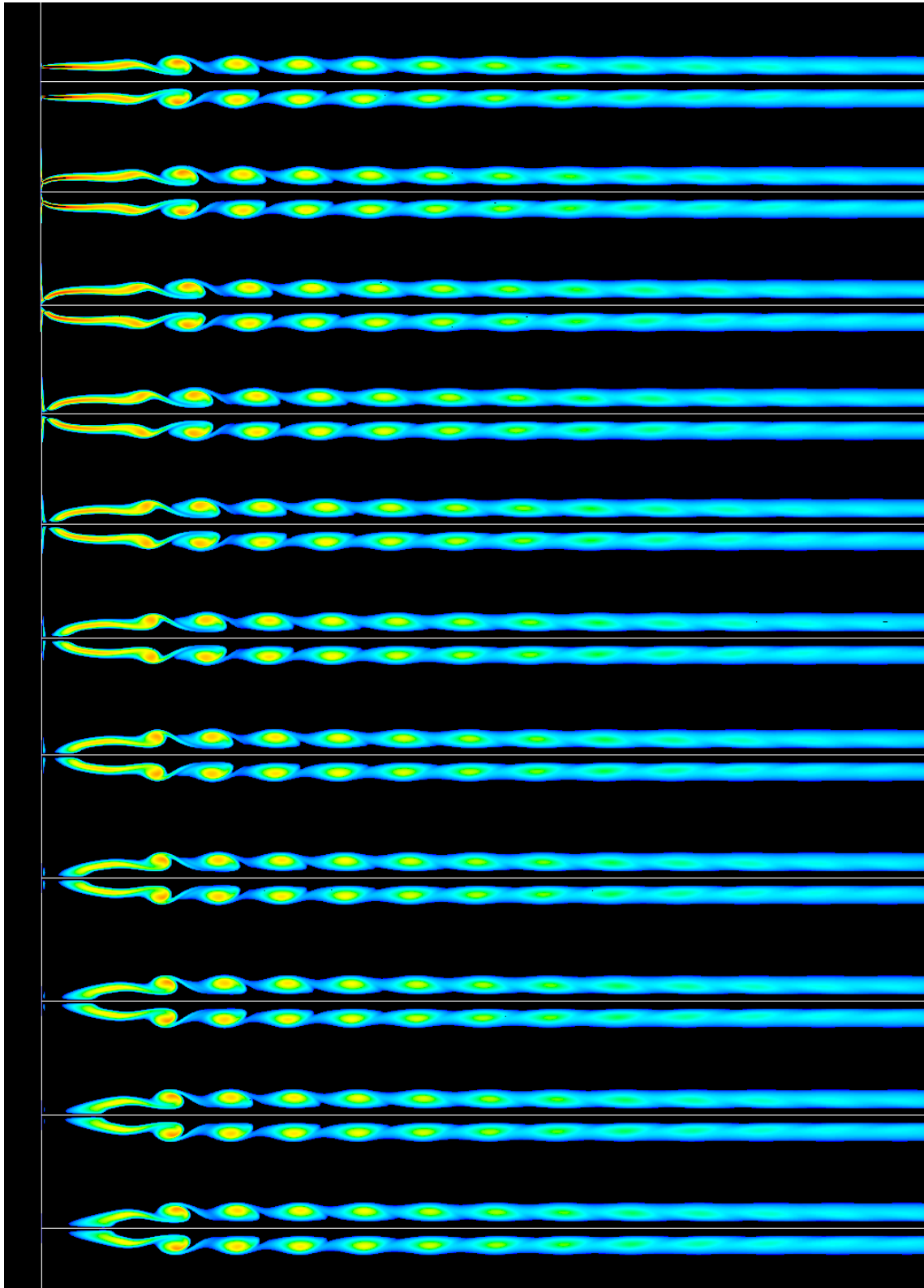


Figura 37. Secuencia de vorticidad espacio-temporal del problema transitorio para $Re=600$, $St=0.3$ y $\mathcal{E}=0.01$, donde la vorticidad máxima es de color naranja y la vorticidad mínima es de color azul

A continuación, se muestran definidas las líneas de corriente del flujo. Se incluyen dos imágenes: en la primera se muestra todo el eje longitudinal del dominio, y en la segunda se hace un “zoom” en la primera mitad del eje longitudinal de la malla.

Se puede apreciar cómo a medida que el fluido se aleja del eje central, el fluido ambiente influye en el comportamiento del chorro. Conforme se acercan las líneas a la capa de cortadura se desvían de esta dirección definiendo un movimiento rotacional que describe la formación de vórtices.

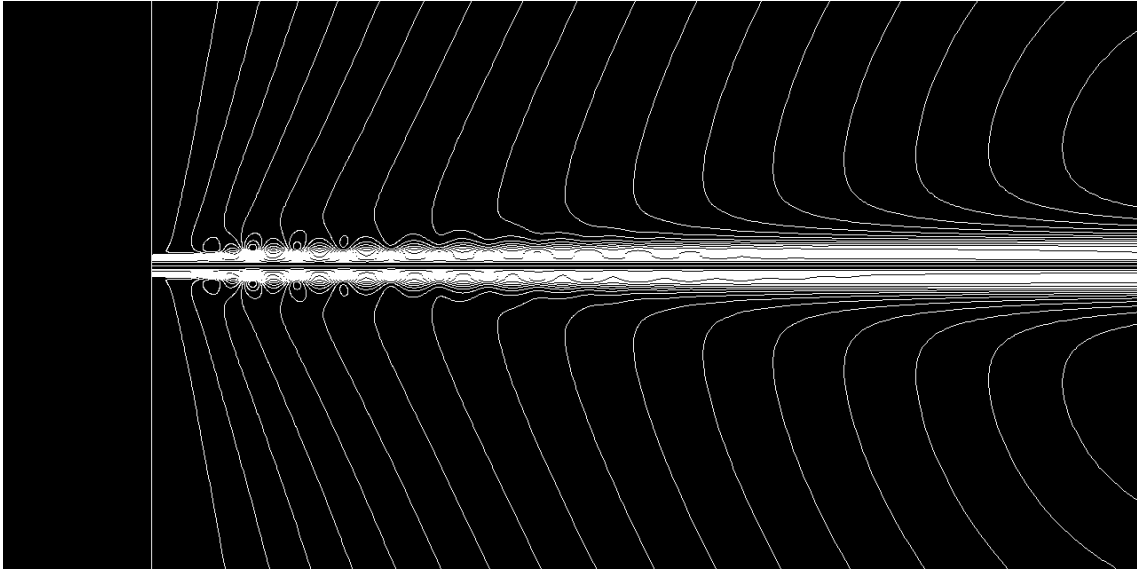


Figura 38. Líneas de corriente de la solución del problema transitorio en toda la longitud axial para $Re=700$, $St=0.3$ y $\mathcal{E}=0.01$.

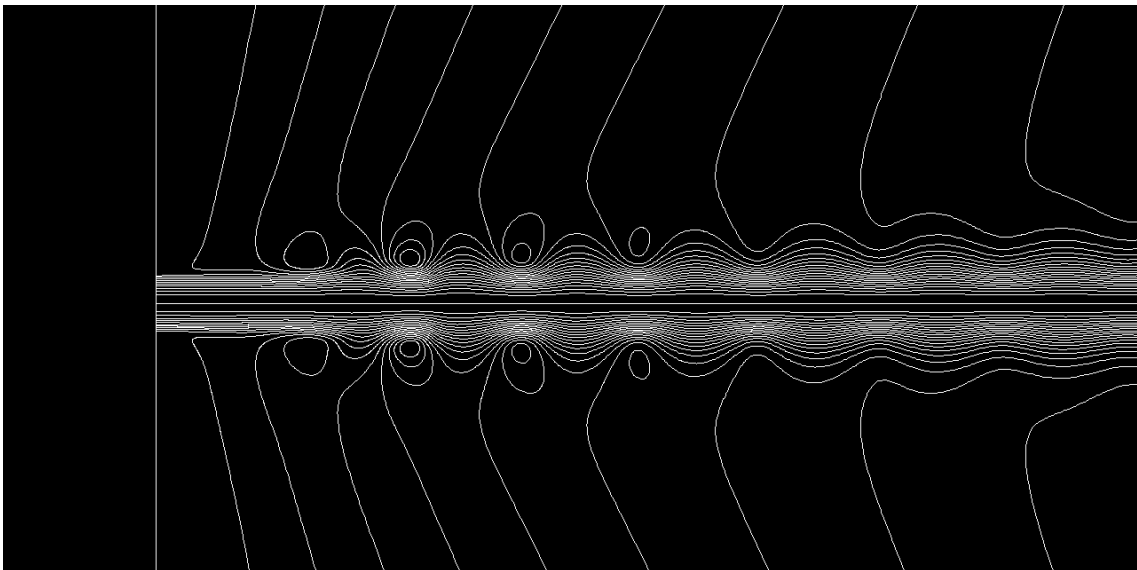


Figura 39. Líneas de corriente de la solución del problema transitorio en la primera mitad de la longitud axial de la malla para $Re=700$, $St=0.3$ y $\mathcal{E}=0.01$.

A continuación se representan las magnitudes de la velocidad y de la presión:

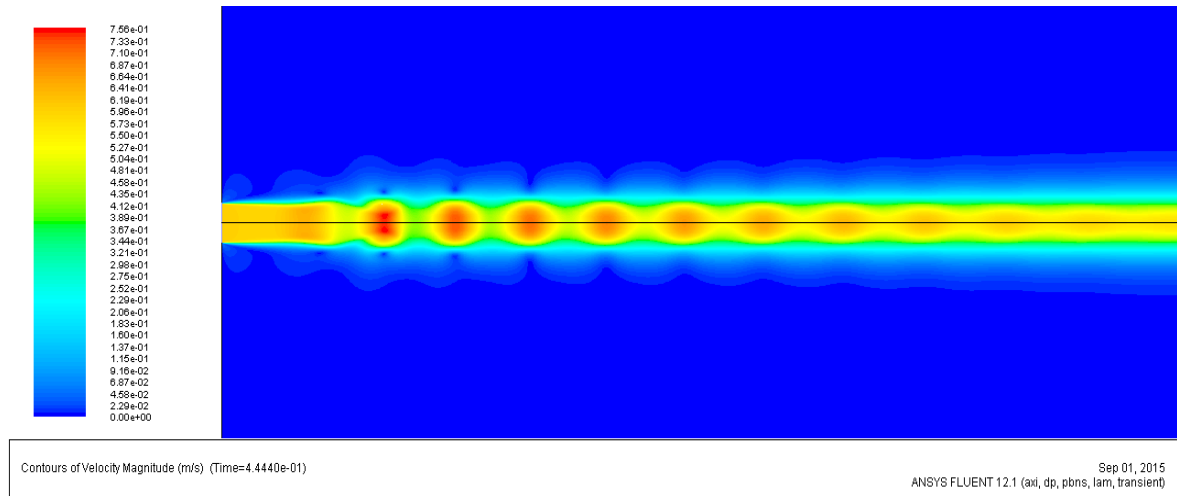


Figura 40. Magnitud de la velocidad (en m/s) de la solución del problema transitorio para $Re=700$, $St=0.3$ y $\mathcal{E}=0.01$.

Se ha representado la magnitud de la velocidad, donde el fluido es forzado mediante una perturbación senoidal de esta forma $u = U_{jet}[1 + \mathcal{E} \sin(\omega t)]$, con número de Reynolds 600, una amplitud de onda 0.01 y número de Strouhal 0.3. La velocidad del flujo $u(t)$ oscila alrededor de una velocidad media de salida, la cual es $U=0.6$ m/s. Esta velocidad está coloreada de naranja antes de iniciar la perturbación y también muy lejos de la salida, cuando la perturbación ya no influye apenas, el color de la velocidad media de salida es el que más predomina. Los picos más altos y más bajos de la onda corresponden con los tonos rojizos y verdosos, respectivamente.

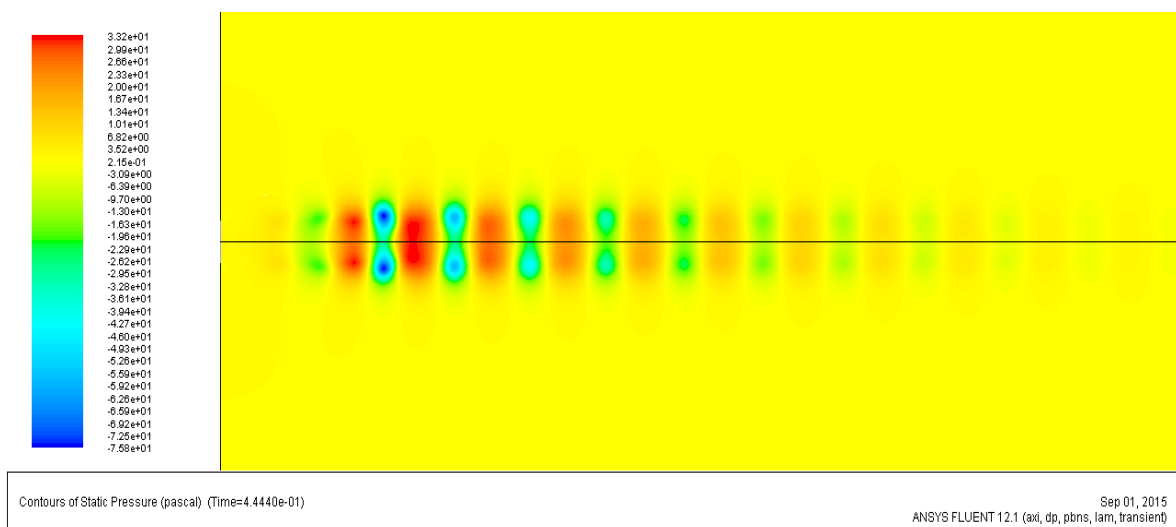


Figura 41. Valores de la presión manométrica (en Pa) de la solución del problema transitorio para $Re=700$.

En la figura 41 se pueden ver los valores de la presión manométrica (en pascales). Los valores más bajos (tonos azules) y más altos (tonos rojizos) de la presión corresponden con los picos extremos de la perturbación. Cuando el fluido disminuye su velocidad, entonces la presión aumenta y viceversa.

Un dato a comentar, es que los valores negativos de la presión se deben a que la presión es inferior a la atmosférica, y los valores positivos superiores a ésta. Las diferencias de presión que se producen son del orden del 1%, por tanto puede decirse que la presión no varía y permanece constante, ya la presión del ambiente es $p_{atm}=101325\text{Pa}$.

4.2. Respuesta ante el forzado armónico

A continuación se muestran los diagramas espacio-temporales los cuales representan la energía cinética a lo largo de la recta $r=0.001$ metros, para $Re=600$ y $t_{osc}>0$. Los diferentes colores de las gráficas corresponden con el valor de la energía indicada en la barra de colores. La siguiente definición es la energía cinética que se observa cuando se proyecta el chorro:

$$E = u^2 + v^2 \quad (4.2)$$

Nos hemos centrado en la parte más cerca a la salida del chorro para ver con más detalle las transiciones que ocurren. De ahí que en la imagen lo máximo que se verá hasta la primera mitad de la malla. Con esto veremos la dependencia y la relación que tienen unos parámetros con otros.

En las imágenes el tiempo de oscilación (representado en el eje de ordenadas) y la longitud de la malla (eje de abcisas) están sin adimensionalizar. Esos datos los adimensionalizaremos posteriormente para conseguir la distancia de estabilización y amplificación máxima del forzado.

En las siguientes figuras se representan las energías mencionadas, para $Re=600$, ($0.01 < \mathcal{E} < 0.001$) y ($0.2 < St < 0.45$), (ver APÉNDICE B: Diagrama_espacio-temporal):

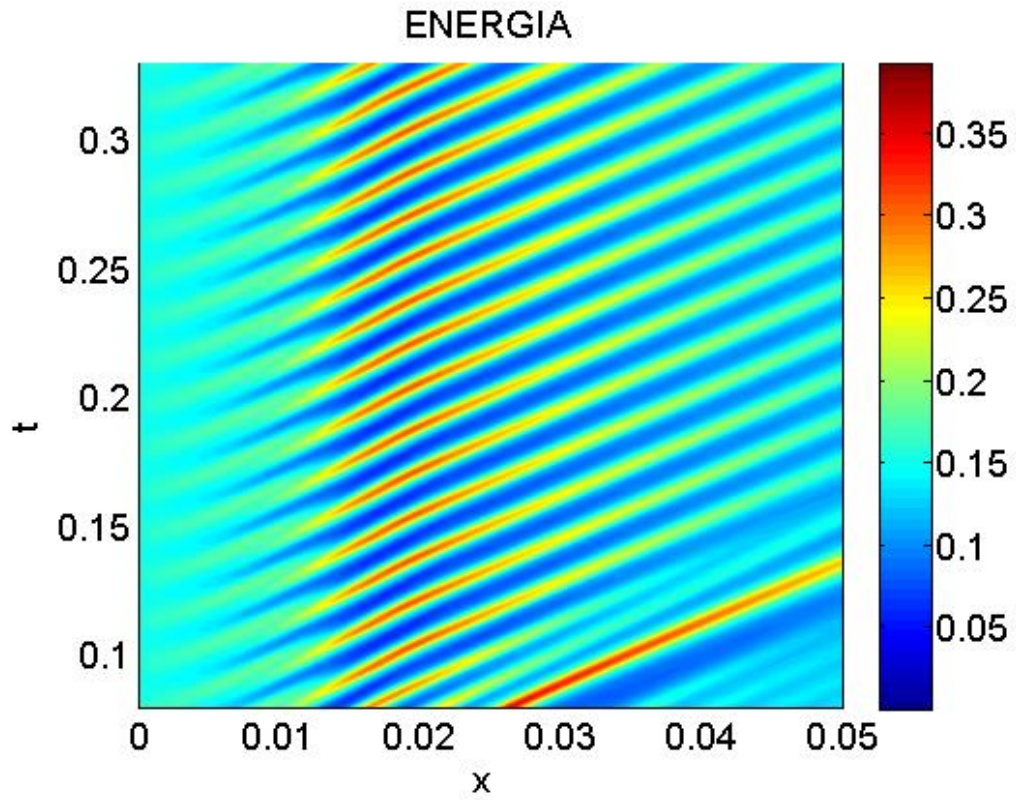


Figura 42. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=600$, $St=0.20$, $\mathcal{E}=0.01$

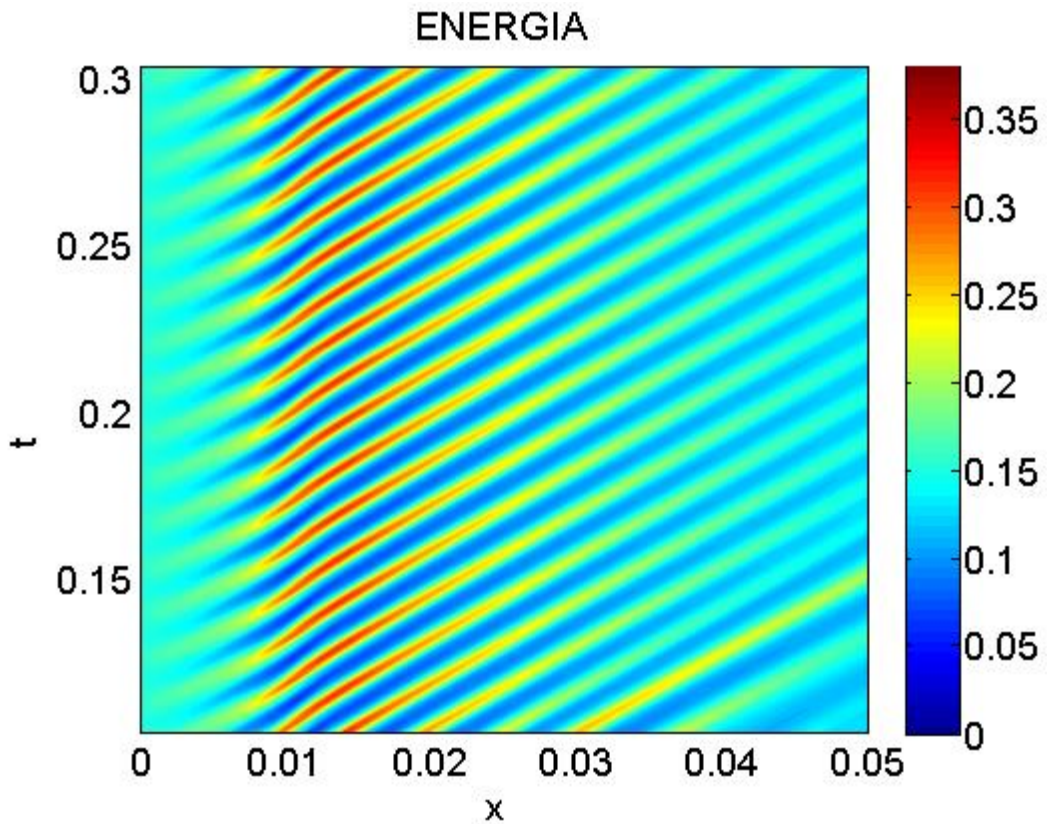


Figura 43. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=600$, $St=0.25$, $\mathcal{E}=0.01$

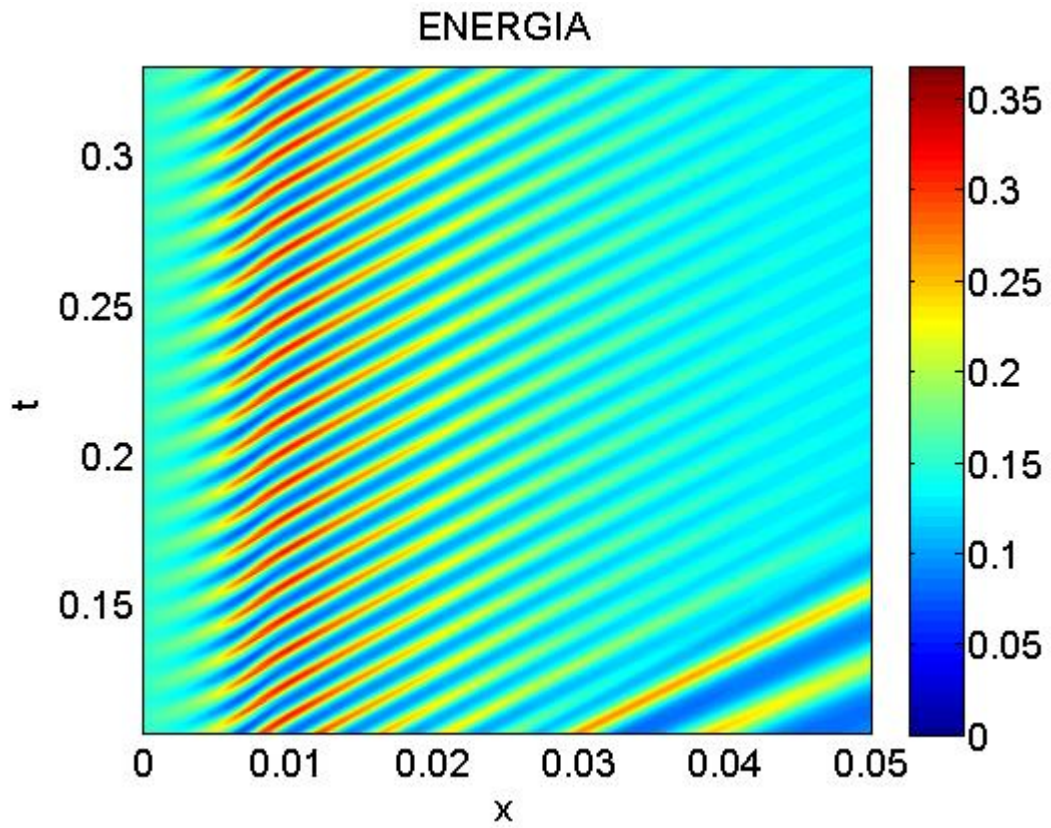


Figura 44. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=600$, $St=0.30$, $\mathcal{E}=0.01$

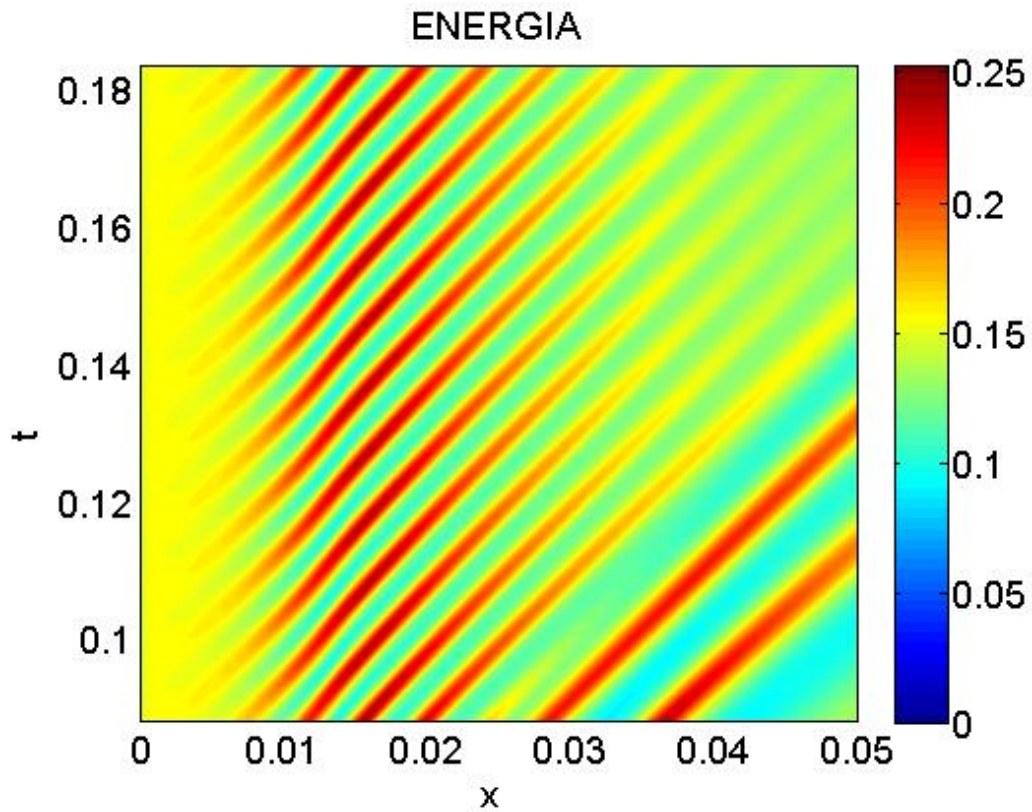


Figura 45. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=600$, $St=0.30$, $\mathcal{E}=0.001$

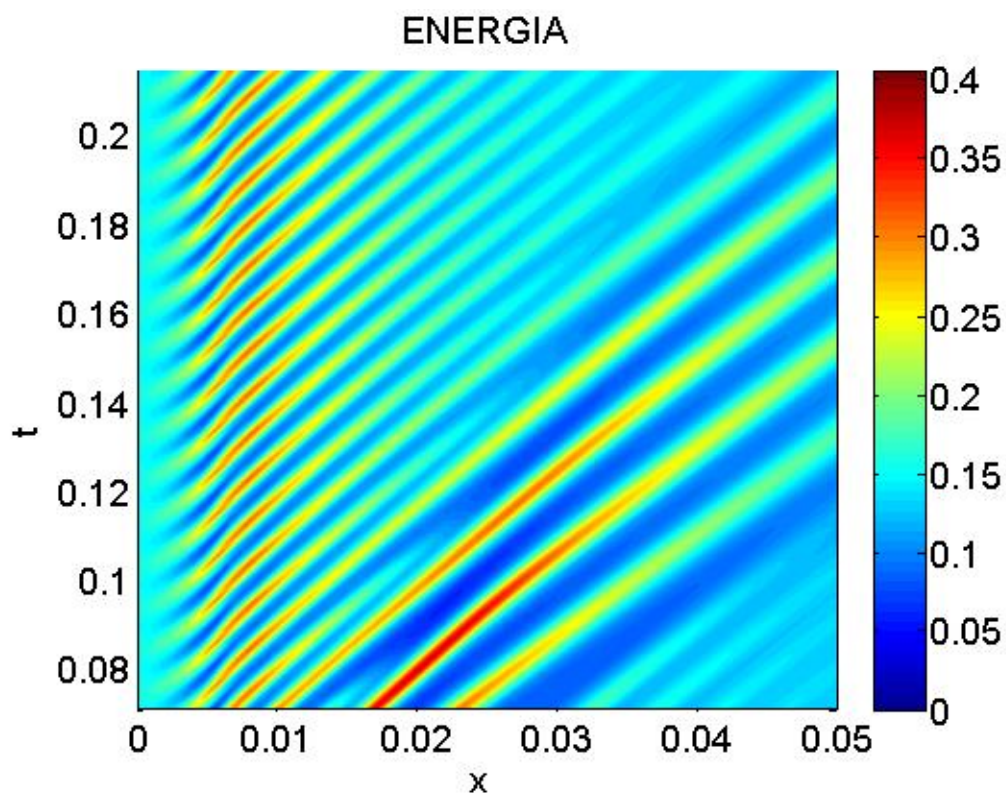


Figura 46. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=600$, $St=0.35$, $\mathcal{E}=0.01$

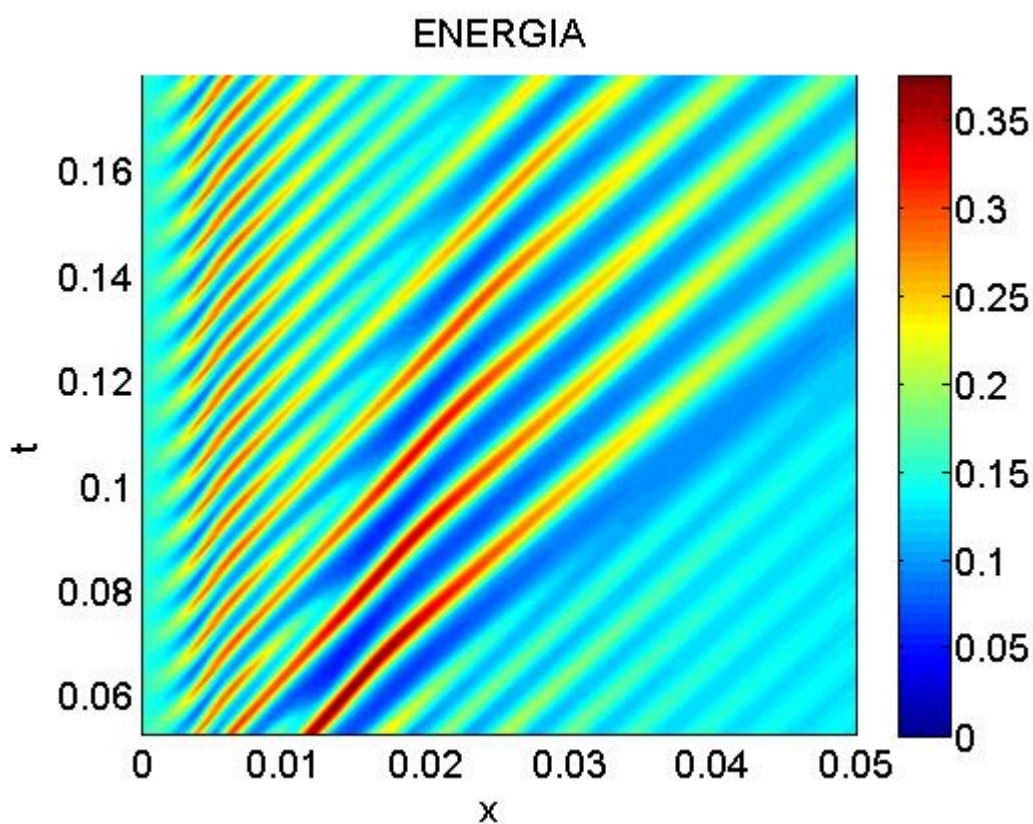


Figura 47. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=600$, $St=0.40$, $\mathcal{E}=0.01$

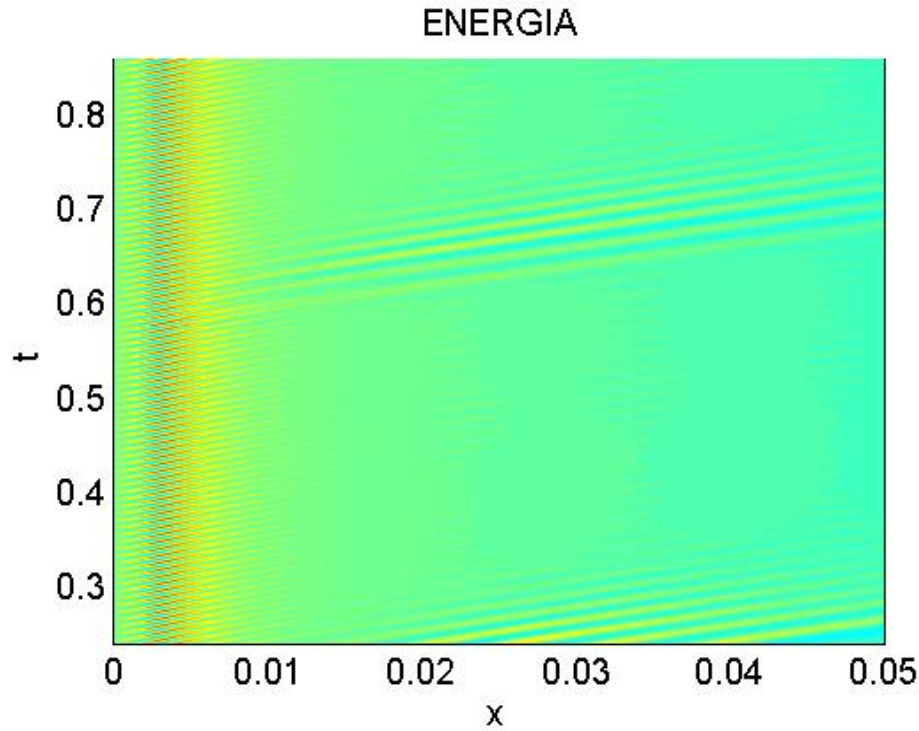


Figura 48. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación. $Re=600$, $St=0.45$, $\mathcal{E}=0.01$

Como hemos partido desde el problema estacionario, se puede observar que en las energías representadas los primeros instantes de t_{osc} (especialmente a partir de $St=0.35$ para $\mathcal{E}=0.01$ y para $St=0.3$ para $\mathcal{E}=0.001$) tiene lugar transiciones entre las velocidades más altas (tonos rojizos) y más bajas (azul oscuro). Las zonas de los primeros tiempos donde la velocidad es muy baja representan el lugar geométrico donde el fluido aún no ha sido perturbado por las ondas senoidales.

Para los últimos instantes de t_{osc} puede visualizarse una sucesión de líneas oblicuas con alternancia de colores, pero es un patrón que se repite a lo largo del tiempo de oscilación. Esto se debe a que la perturbación con la que estamos forzando en la entrada es senoidal.

Los cambios de color son causados por las crestas y los valles de la onda, donde finalmente esta sucesión varía de la misma forma. Esta última parte es la que nos interesa, por eso, para los posteriores cálculos para determinar la longitud de estabilización de la onda se emplearán los cuatro últimos ciclos de t_{osc} .

Es importante destacar que la velocidad axial mucho más influyente que la velocidad radial para el aumento de la energía cinética. Esto se debe porque la velocidad transitoria está estrechamente relacionada con la constante U_{jet} , la cual tiene la dirección de la velocidad axial. Esto se puede comprobar fácilmente viendo la magnitud de cada velocidad de las siguientes imágenes:

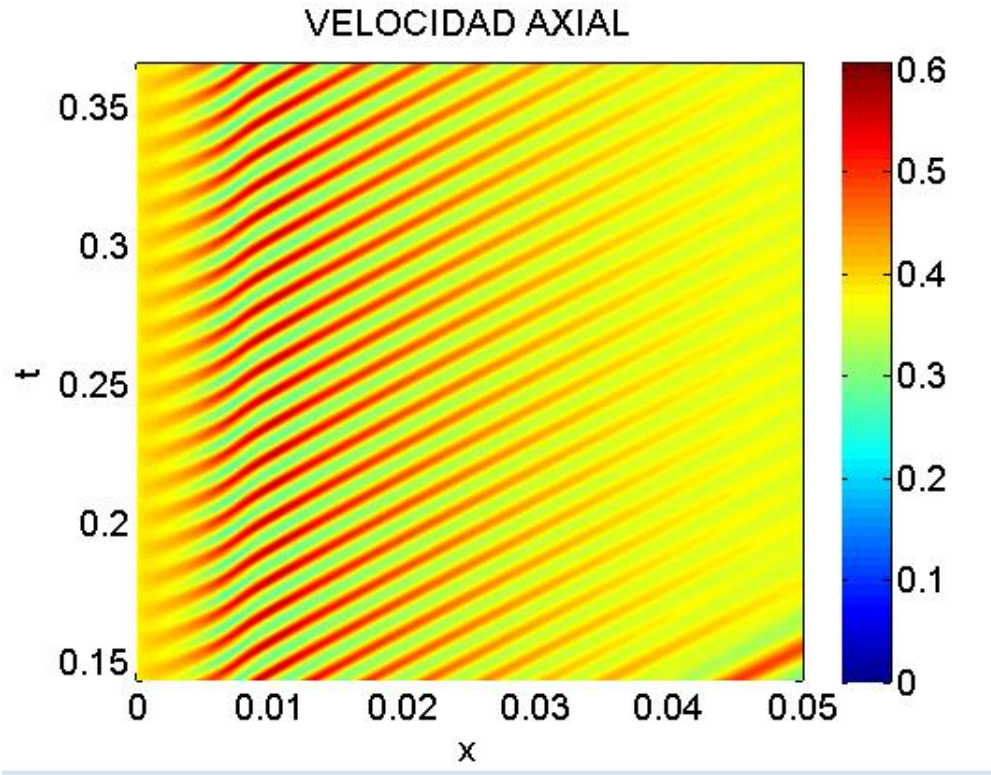


Figura 49. Diagrama espacio-temporal de la velocidad axial tras la perturbación.
 $Re=600$, $St=0.30$, $\mathcal{E}=0.01$

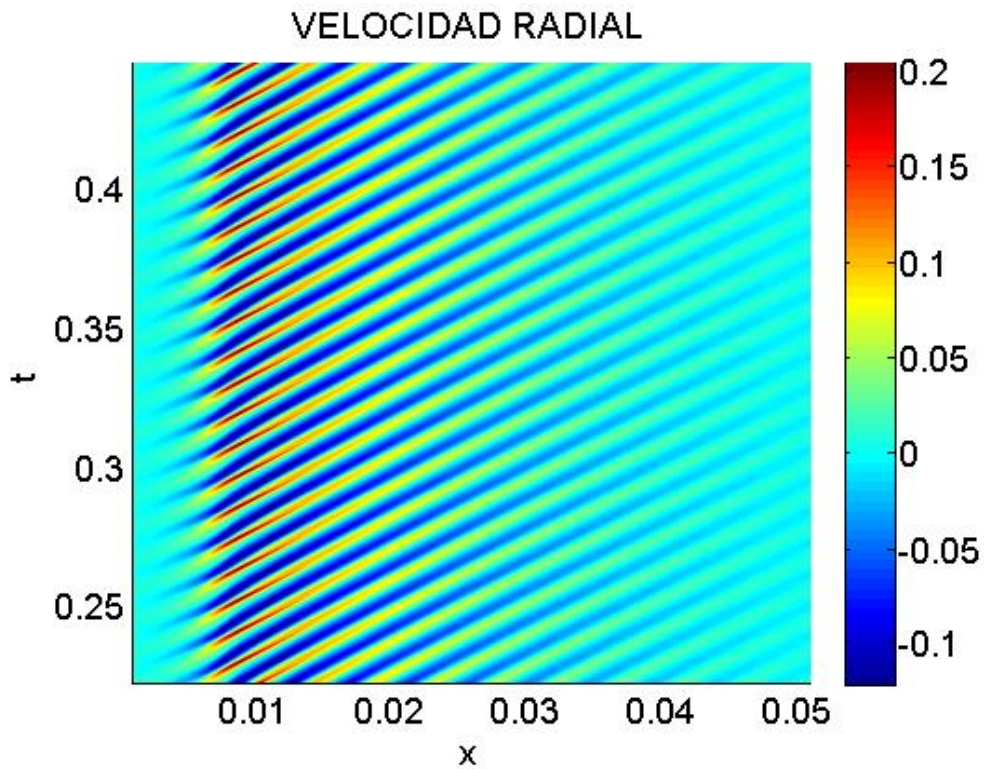


Figura 50. Diagrama espacio-temporal de la velocidad radial tras la perturbación.
 $Re=600$, $St=0.30$, $\mathcal{E}=0.01$

A continuación analizaremos como varía la energía respecto de los parámetros adimensionales Re , St y \mathcal{E} :

- **Variación con el número de Reynolds:**

En las energías representadas no se puede apreciar puesto que sólo se han incluido en este capítulo las energías respecto a un único número de Reynolds: $Re=600$. Por ello, se ha incluido un apéndice donde se incluirán las energías y las gráficas de la estabilización de la onda a distintos números de Reynolds con $\mathcal{E}=0.01$, a distintos números de Strouhal (se realizaron los casos de $Re=600$ y $Re=300$) y todos los Reynolds de nuevo pero con $\mathcal{E}=0.001$.

Si observamos esas gráficas se puede ver fácilmente que los valores de la energía son más altas para números de Reynolds grandes, ya que las velocidades (que son proporcional al número de Reynolds) serán también mayores. Es decir, a medida que crece que el número de Reynolds, el valor de la energía cinética aumenta. Por este motivo, las imágenes de este apartado, que son para Reynolds 600, representan los valores más altos de la energía en comparación al resto de diagramas. Esto es porque es el número más grande de Reynolds para el cual vamos a hacer las simulaciones.

Otro aspecto que se observa de dichas graficas es que si nos fijamos en una misma franja de tiempo en las imágenes que tienen el mismo St y \mathcal{E} , la pendiente de las líneas oblicuas (debido a la perturbación de las ondas a la entrada) es mayor a medida que crece el número de Reynolds.

- **Variación con el Strouhal:**

Se aprecia claramente que en las líneas oblicuas (debido a la perturbación de las ondas a la entrada), el número de líneas que hay en una determinada franja de tiempo crece al aumentar el número de Strouhal ya que aumenta la frecuencia en la cual el forzado entra en el fluido y el tiempo entre estas dos líneas se reduce e medida que aumenta el Strouhal. Esto se puede observar claramente en las figuras 42, 43 y 44.

- **Variación con la amplitud del forzado:**

Si se compara el caso en el que para el mismo número de Strouhal ($St=0.3$) y de Reynolds, la amplitud de la onda es diferente ($\mathcal{E}=0.01$ y $\mathcal{E}=0.001$), se puede observar que cuanto mayor es la amplitud, los valores de la energía son bastante más grandes. Es debido a que la energía cinética dimensional, $E=u^2+v^2$ (velocidad en la entrada del chorro del problema transitorio) la amplitud de onda es proporcional a la velocidad $u(t)$. Por tanto, la energía cinética dimensional del fluido cercano a la salida será mayor cuanto mayor es la amplitud \mathcal{E} .

La energía representada la podemos adimensionalizar y quedaría de la siguiente manera:

$$G_E = \frac{(u-\bar{u})^2 + (v-\bar{v})^2}{\varepsilon^2 \cdot U_{jet}^2} \quad (4.3)$$

Donde \bar{u} es el promedio:

$$\bar{u} = \frac{1}{T_{osc}} = \int_0^{T_{osc}} u \, dt \quad (4.4)$$

Esta energía adimensional lo que en realidad representa es el valor de cuánto se amplifica la energía cinética en consecuencia de la perturbación. El numerador define la energía cinética que se observa cuando se el chorro sale y el denominador es la perturbación con la que el chorro se fuerza.

Si hubiésemos graficado esta energía en vez de la dimensional, se mostraría como a medida que decrece o crece la amplitud, la energía permanecería constante. Esto se debe a que lo que varía la amplitud es lo mismo que varía la velocidad del numerador.

Una vez que hemos obtenido los resultados, en base a éstos, vamos a buscar el punto a lo largo del eje X donde la energía de la perturbación decae un 90% respecto de su máxima energía (donde el chorro se estabiliza) y donde la perturbación alcanza su máxima energía. Para conseguir esto se ha restado la energía media a la energía total de la perturbación como se muestra en la ecuación 4.3.

En estas imágenes se ha empleado la energía adimensional, definida en el apartado de la variación de los resultados respecto a la amplitud de onda, así como x^* , la cual recordemos que era $x^* = \frac{x}{R}$, para dar los resultados finales en parámetros adimensionales. Por tanto, representaremos las magnitudes anteriormente citadas en la línea $r^*=1$. El resto de los casos de Reynolds y Strouhal se han incluido en el APÉNDICE: Amplificación_onda.

Se muestran, por tanto, las gráficas de la distancia de estabilización y amplificación máxima del forzado:

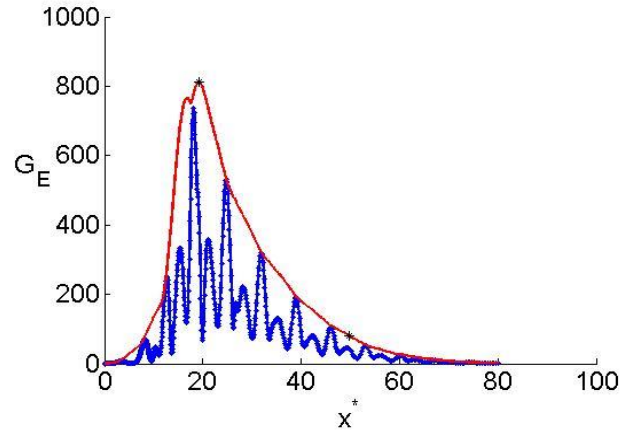


Figura 51. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.2$, $\mathcal{E}=0.01$ y $Re=600$.

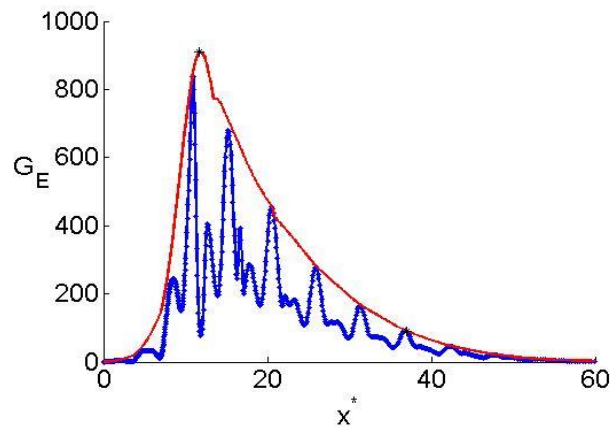


Figura 52. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.25$, $\mathcal{E}=0.01$ y $Re=600$.

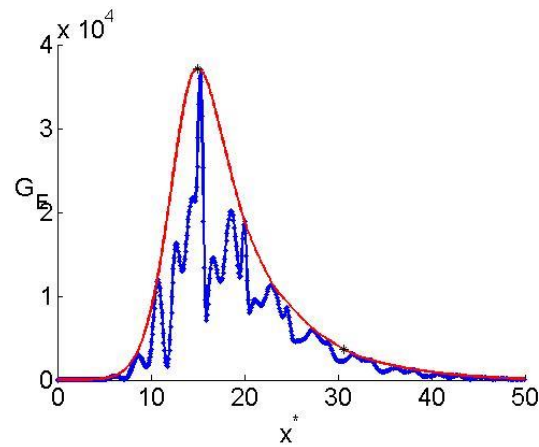


Figura 53. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.3$, $\mathcal{E}=0.001$ y $Re=600$.

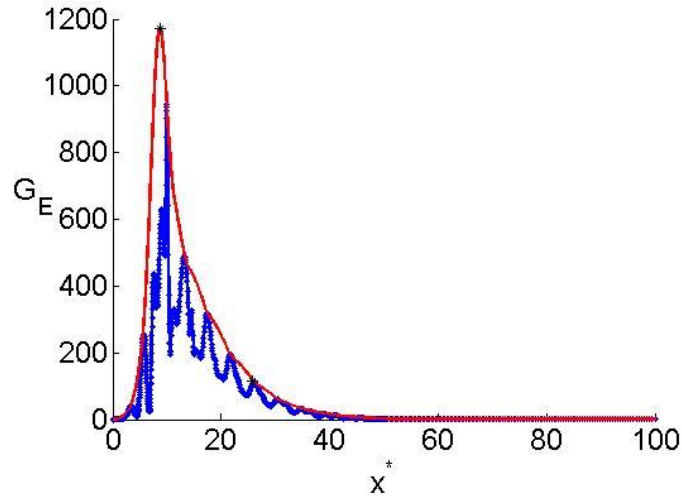


Figura 54. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.3$, $\mathcal{E}=0.01$ y $Re=600$

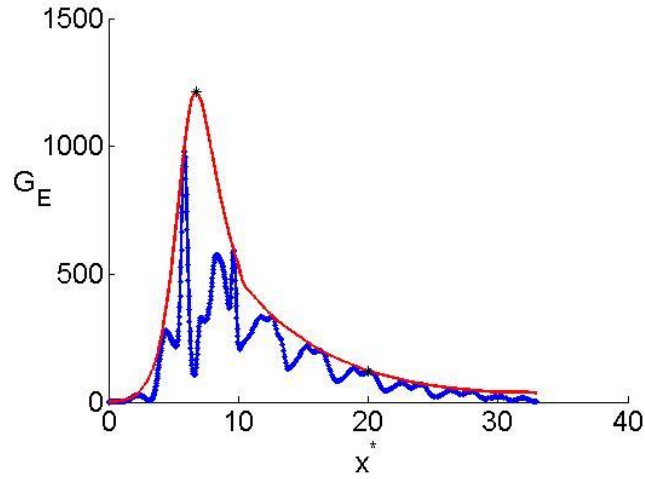


Figura 55. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.35$, $\mathcal{E}=0.01$ y $Re=600$

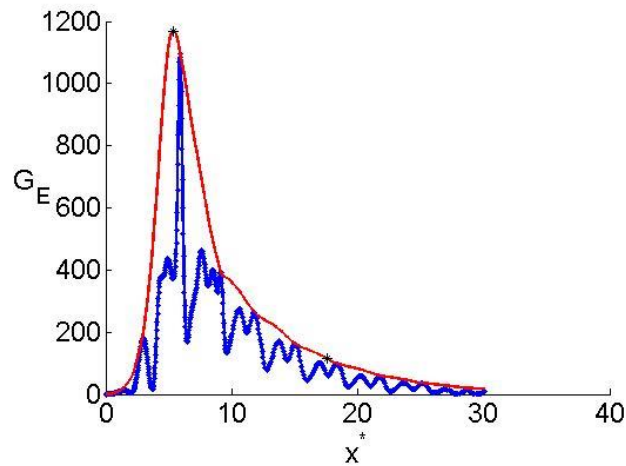


Figura 56. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.40$, $\mathcal{E}=0.01$ y $Re=600$

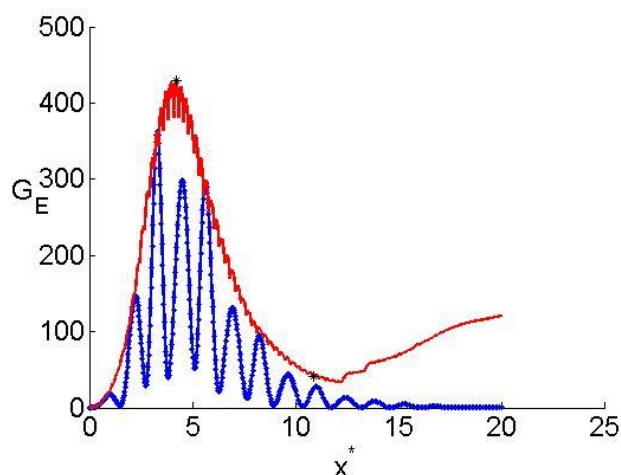


Figura 57. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación e en $r^*=1$, $St=0.45$, $\varepsilon=0.01$ y $Re=600$

Si nos fijamos en las imágenes se pueden apreciar dos puntos marcados en negro en la curva de la envolvente (curva roja) los cuales indican el lugar donde se alcanza la máxima energía (el primero de ellos) y donde se estabiliza la onda (el segundo punto). Esta envolvente se consigue uniendo todos los puntos de máxima energía en cada unidad de longitud de la malla.

En el APENDICE A aparecen las gráficas correspondientes a los demás números de Reynolds ensayados. Para comprobar la influencia del número de Strouhal se han realizado dos casos $Re=600$ y $Re=300$ ambos para $\varepsilon=0.01$ con Strouhal 0.2, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40, 0.45. Para ver la variación con la amplitud de onda se han simulado todos los números de Reynolds con $St=0.3$ tanto para el caso de $\varepsilon=0.01$ como para el de $\varepsilon=0.001$

- Variación con el número de Reynolds:

Para comparar los resultados de los diferentes Reynolds hemos realizado una tabla con todos los valores que nos ha proporcionado Matlab (valores para distintos Re , St 0.3 y $\varepsilon=0.01$) representando gráficamente esos valores.

Re	60	110	200	300	450	600
x_{crit}	4.6	12	19.5	21.2	22.1	25.8
$E_{m\acute{a}x}$	1	1.8	16.9	149.9	647.2	1172.1

Tabla 4. Punto en la recta $r^*=1$ donde el fluido se estabiliza y energía máxima de la perturbación para $60 < Re < 600$, $\varepsilon=0.01$ y $St=0.30$.

Cuando el número de Reynolds crece, la longitud axial de estabilización también aumenta y también su energía cinética, debido a que la perturbación se hace más fuerte y hace que el flujo penetre más adentro.

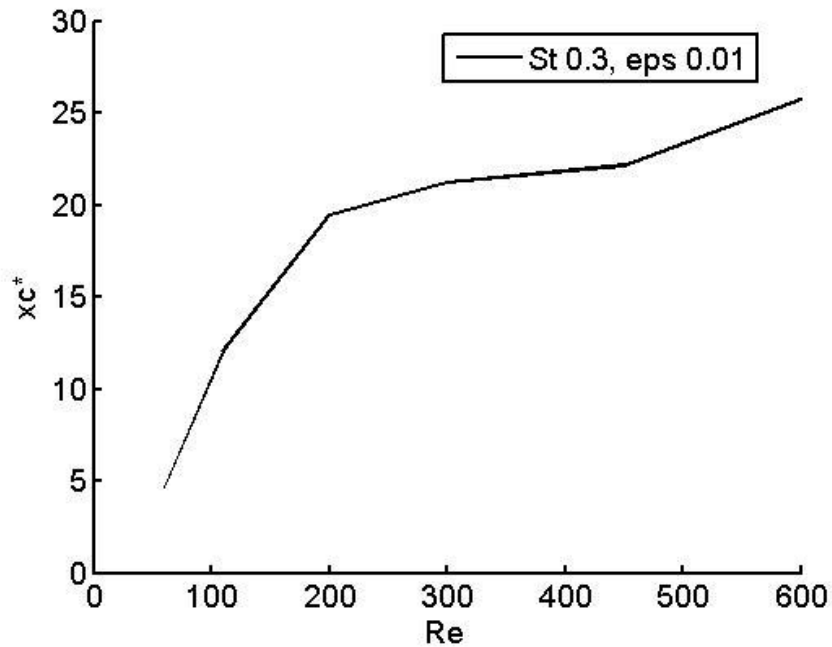


Figura 58. Longitud de estabilización de la perturbación en la recta $r^*=1$ en función del número de Reynolds para una amplitud de onda $\mathcal{E} = 0.01$.

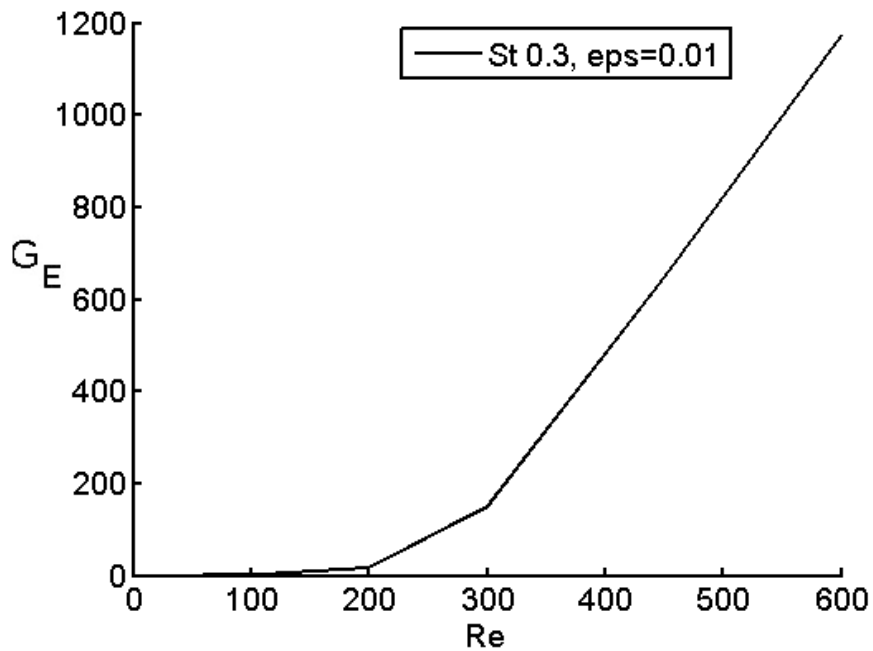


Figura 59. Máxima energía de la perturbación en la recta $r^*=1$ en función del número de Reynolds para una amplitud de onda $\mathcal{E} = 0.01$.

- **Variación con el Strouhal:**

En nuestro caso en el cual se ha tomado el mismo número de Reynolds, el punto en el cual la perturbación decae un 90% respecto de su máxima energía decrece a medida que el número de Strouhal aumenta. Se debe a que el número de Strouhal está relacionado con la frecuencia de onda y cuando St crece, la longitud de onda disminuye y la perturbación penetra menos en el campo fluido y aumenta la frecuencia de la perturbación, como se puede ver en las imágenes 52 y 55. En la figura 60 se observa un comportamiento casi lineal y proporcional.

En el caso de la máxima energía alcanzada se ve en la figura 61 que el trazo de la función tiene un pico, es decir, un valor más alto que los demás donde se puede decir que hay un Strouhal óptimo alrededor del valor de $St=0.35$.

$Re\ 300$	$St\ 0.20$	$St\ 0.25$	$St\ 0.30$	$St\ 0.35$	$St\ 0.40$	$St\ 0.45$
x_{crit}	35.1	27.2	21.2	17.4	14.9	10.9
$E_{máx}$	37.9	86.3	149.9	193.7	187.5	33.4

$Re\ 600$	$St\ 0.20$	$St\ 0.25$	$St\ 0.30$	$St\ 0.35$	$St\ 0.40$	$St\ 0.45$
x_{crit}	49.7	36.9	25.8	20.1	17.5	10.7
$E_{máx}$	813.4	910.5	1172.1	1214.6	1168.6	429.5

Tabla 5. Punto en la recta $r^*=1$ donde el fluido se estabiliza y energía máxima de la perturbación para $Re\ 300$ y 600 , $\mathcal{E}=0.01$ y distintos St .

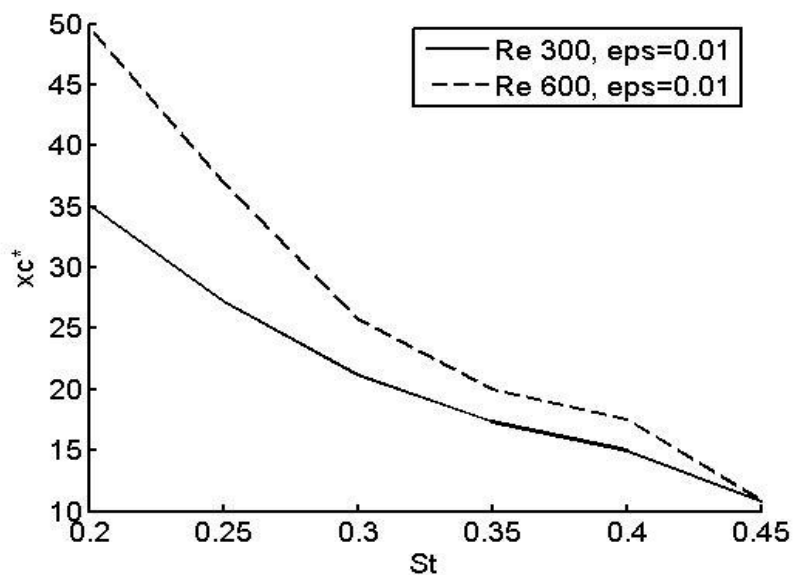


Figura 60. Longitud de estabilización de la perturbación en la recta $r^*=1$ en función del número de Strouhal a $Re\ 300$ y 600 para una amplitud de onda $\mathcal{E}=0.01$

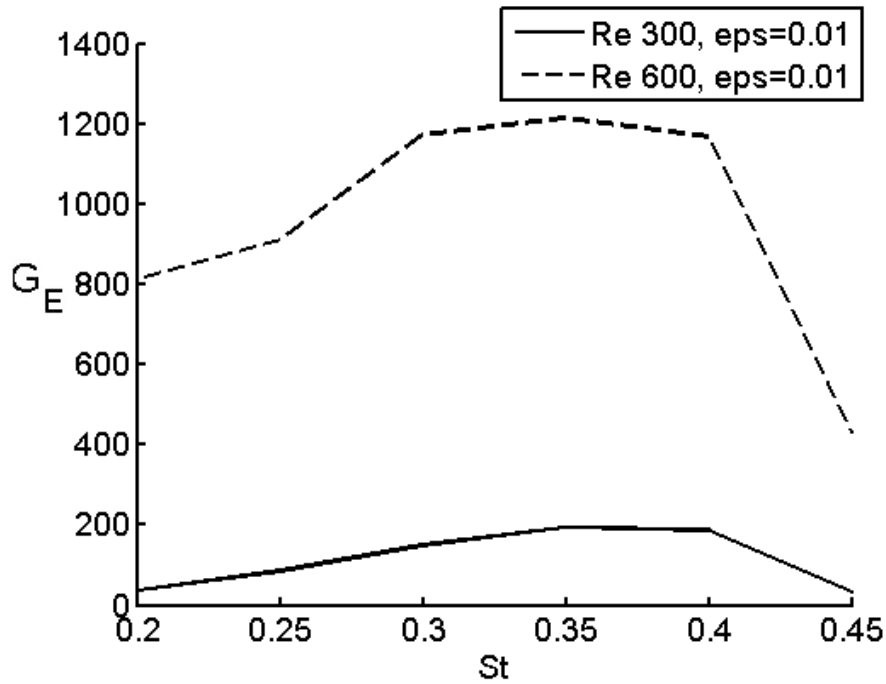


Figura 61. Máxima energía de la perturbación en la recta $r^*=1$ en función del número de Strouhal para Re 300 y 600 para una amplitud de onda $\mathcal{E}=0.01$.

- **Variación con la amplitud del forzado:**

Es trivial que con una amplitud de onda grande estamos aplicando una velocidad de propagación mayor, pero se puede observar que en el Reynolds expuesto, la longitud donde el chorro se estabiliza es menor cuando estamos ensayando con un $\mathcal{E}=0.01$ que con $\mathcal{E}=0.001$ (figuras 53 y 54).

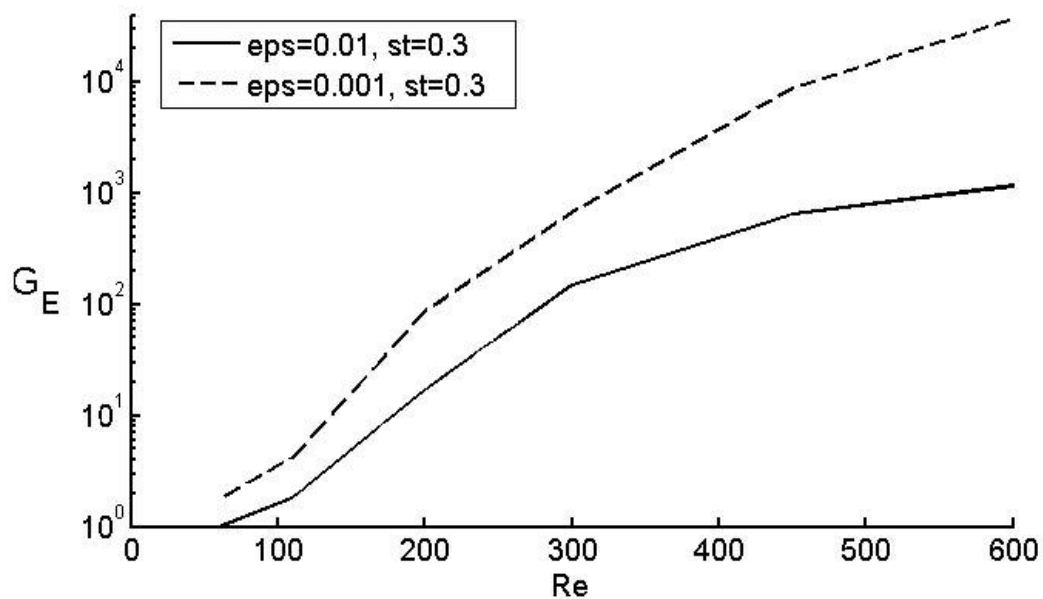


Figura 62. Máxima energía de la perturbación en la recta $r^*=1$ en función del número de Reynolds con St 0.3 para amplitudes de onda $\mathcal{E}=0.01$ y $\mathcal{E}=0.001$.

En la figura anterior se visualizan los resultados en relación a la influencia de la amplitud de onda con el comportamiento del fluido para distintos números de Reynolds. Se puede observar que el fluido se comporta de la misma manera aproximadamente (linealmente) para ambas amplitudes de onda, consiguiéndose mayor amplificación en el \mathcal{E} más pequeño .

Este comportamiento se debe a que el chorro que sale es de igual densidad al fluido que está en ambiente. Si no fuese así, si el chorro que sale fuese de una densidad distinta al ambiente, habría un Reynolds crítico a partir del cual, a medida que disminuye la amplitud de onda, el fluido tiene un comportamiento diferente. Por ejemplo, para un chorro He/aire con relación de densidades 1/7, este número de Reynolds crítico es $Re_c = 200$ según el trabajo realizado por Coenen y Sevilla ^[21].

En el caso del chorro ligero cuando la perturbación es más débil, es decir, con la amplitud de onda es más pequeña, no es capaz de inhibir la oscilación propia del fluido. En cambio, con la amplitud de onda mayor, el forzado es más fuerte que el movimiento del fluido.

5. CONCLUSIONES Y FUTUROS TRABAJOS

En el presente trabajo se ha estudiado numéricamente la estabilidad de un chorro axisimétrico el cual se somete aun forzado senoidal. Dicho chorro tiene la misma densidad que el fluido ambiente, que permanece en calma en el campo lejano. Modificando tres parámetros adimensionales (número de Reynolds, número de Strouhal y amplitud de forzado), se ha comprobado su influencia en el comportamiento del flujo. Se ha seleccionado, por tanto, números de Reynolds comprendidos entre $60 < Re < 600$, números de Strouhal comprendidos entre $0.20 < St < 0.45$ y amplitudes de onda con $\mathcal{E}=0.01$ y $\mathcal{E}=0.001$.

La estabilidad se ha analizado a lo largo de una línea donde existen los mayores gradientes de velocidad (capa de cortadura). Se ha representado además la longitud axial de estabilización del chorro (longitud desde la entrada del chorro donde la amplificación máxima decae un 90%) y la amplificación máxima de la perturbación.

Tras haber obtenido los resultados, se ha comprobado que conforme aumenta el número de Reynolds, la longitud de estabilización de la perturbación crece y se amplifica en mayor medida la energía cinética del fluido.

En el estudio de la influencia del número de Strouhal, se pretendía encontrar en el rango $0.20 < St < 0.45$ un número de Strouhal óptimo en el cual la onda se amplifica al máximo. En los dos Re estudiados para diferentes números de Strouhal ($Re=600$ y $Re=300$), dicho número se ha comprobado que está alrededor de $St=0.35$ para ambos, aunque es posible que, si realizásemos lo mismo con los números de Reynolds comprendidos entre $60 < Re < 600$, este número fuese variando dependiendo precisamente de este número de Reynolds, pero el St óptimo también estaría en torno a $St=0.35$. Otro aspecto a comentar es que cuando este parámetro aumenta, lo hace también la frecuencia de la perturbación, y esto hace que la longitud axial de estabilización disminuye ya que la longitud de onda sea más pequeña y por tanto esta perturbación penetra menos en el campo fluido.

En lo que respecta a la amplitud del forzado se puede destacar que al ser dicha amplitud proporcional a la velocidad si hablamos de la energía dimensional, por lo que esta energía aumenta en proporción a cuanto crece la amplitud \mathcal{E} . Sin embargo, si hablamos de la energía adimensional al variar la amplitud, la energía cinética adimensional permanece constante. Cuando aumenta la amplitud la longitud de estabilización es menor, así como su amplificación.

Con la realización de este trabajo se nos pueden ocurrir ciertas variaciones de algunos parámetros para proyectos similares a realizar en un futuro. Alguna posible variación es que el chorro que sale sea de una densidad diferente al fluido ambiente,

teniendo así una relación de densidades y poder comprobar algunos resultados como el obtenido por Coenen y Sevilla ^[21]: el número de Reynolds crítico de $Re=200$ a partir del cual comienzan a formarse oscilaciones auto-excitadas en el fluido, sin que intervenga ningún forzado externo.

Podríamos haber obtenido resultados más detallados si hubiésemos utilizado un mallado tridimensional. Además si hubiésemos utilizado un perfil de velocidades parabólico, hubiese aparecido el modo helicoidal la simulación en 3D el cual no se ha podido apreciar en nuestra simulación que es bidimensional.

También se podría realizar este estudio de simulación numérica de un chorro para altos números de Reynolds. Con esta variación se complicaría mucho el estudio debido a que se tendría en cuenta los modelos de turbulencia de Fluent tales como '*Reynolds stress model*', '*K- ϵ model*'...

Aparte de cambiar algunos parámetros también se puede trabajar con otro tipo de códigos los cuales nos proporcionarían diferentes resultados aunque cabría esperar que fueran muy similares. Algunos de estos códigos son el software comercial STAR-CCM+, similares a Fluent, u otros software libres como OpenFOAM, freeFEM++ o Gerris.

APÉNDICE A

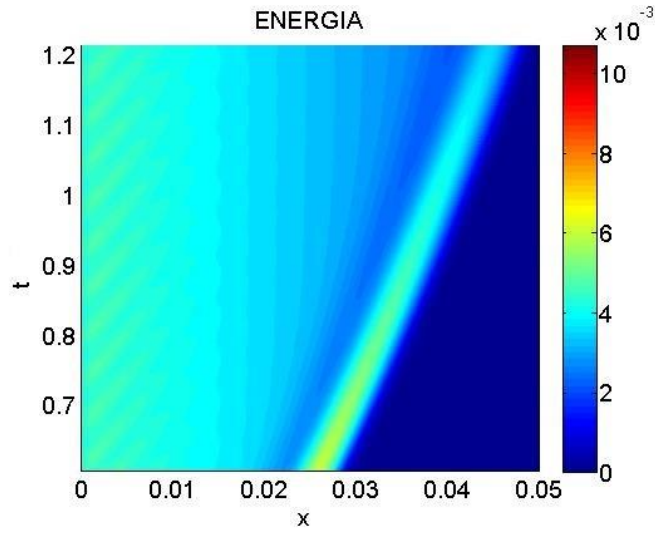


Figura 63. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=60$, $St=0.3$, $\mathcal{E}=0.01$

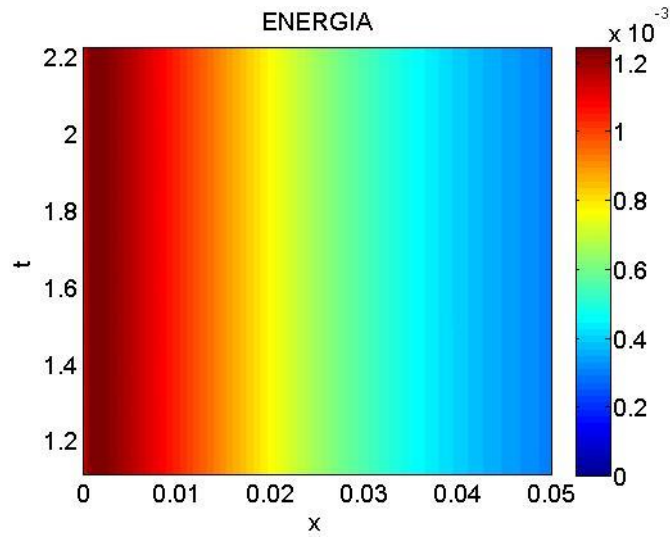


Figura 64. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=60$, $St=0.25$, $\mathcal{E}=0.001$

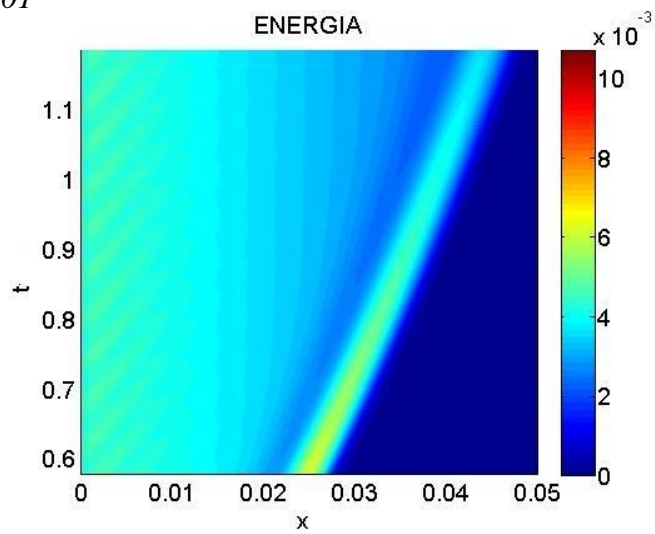


Figura 65. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=110$, $St=0.30$, $\mathcal{E}=0.01$

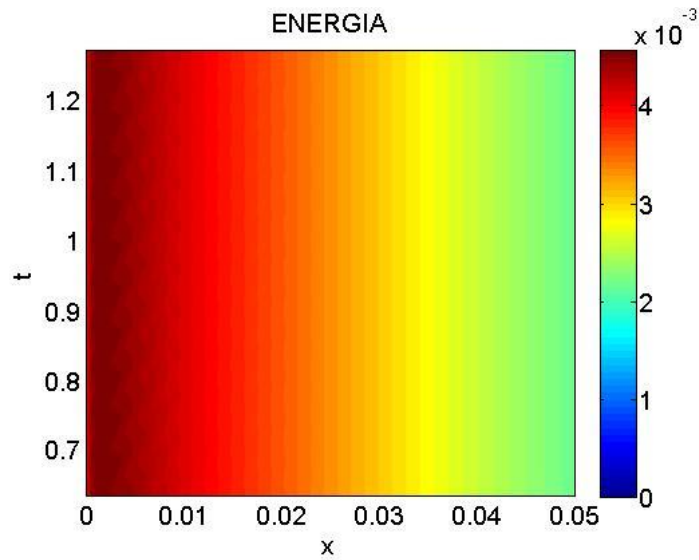


Figura 66. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=110$, $St=0.30$, $\mathcal{E}=0.001$

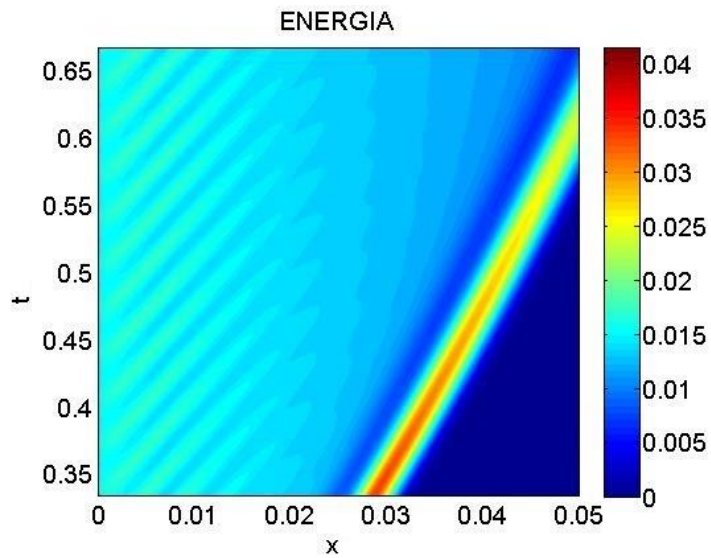


Figura 67. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=200$, $St=0.3$, $\mathcal{E}=0.01$

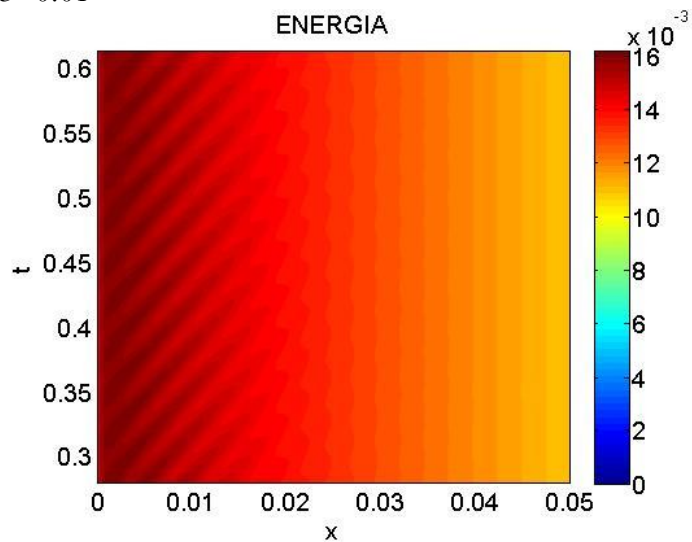


Figura 68. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=200$, $St=0.30$, $\mathcal{E}=0.001$

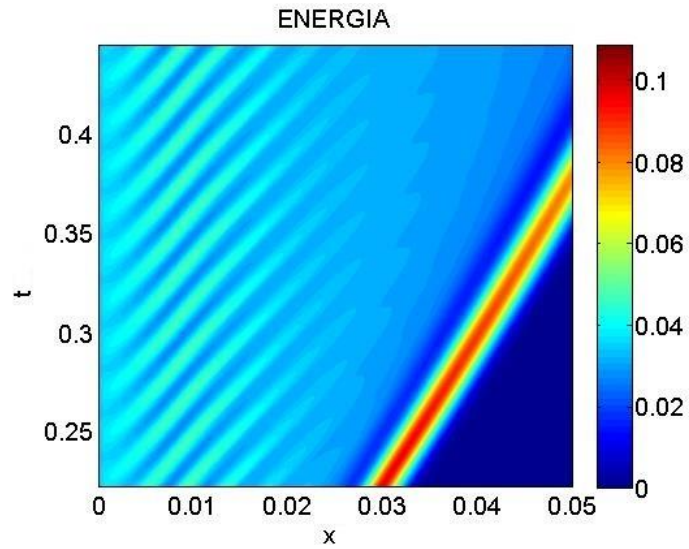


Figura 69. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=300$, $St=0.30$, $\mathcal{E}=0.01$

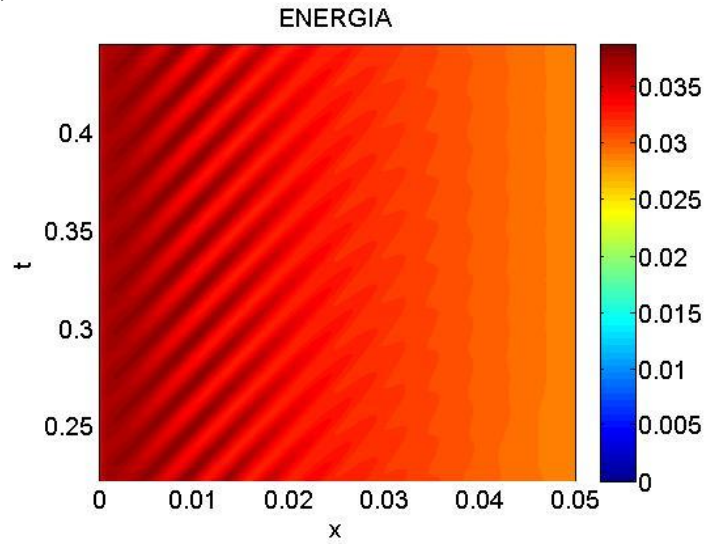


Figura 70. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=300$, $St=0.30$, $\mathcal{E}=0.001$

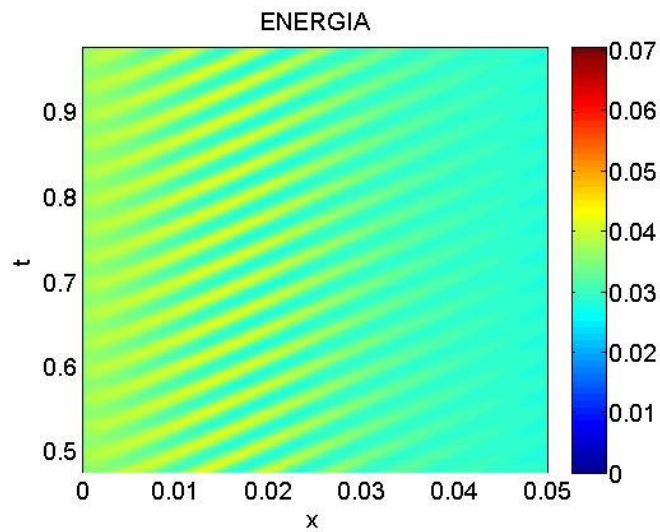


Figura 71. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=300$, $St=0.20$, $\mathcal{E}=0.01$

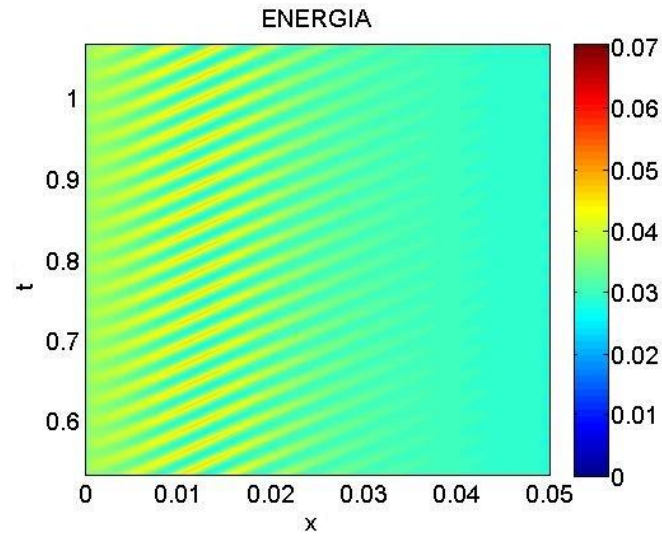


Figura 72. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=300$, $St=0.25$, $\mathcal{E}=0.01$

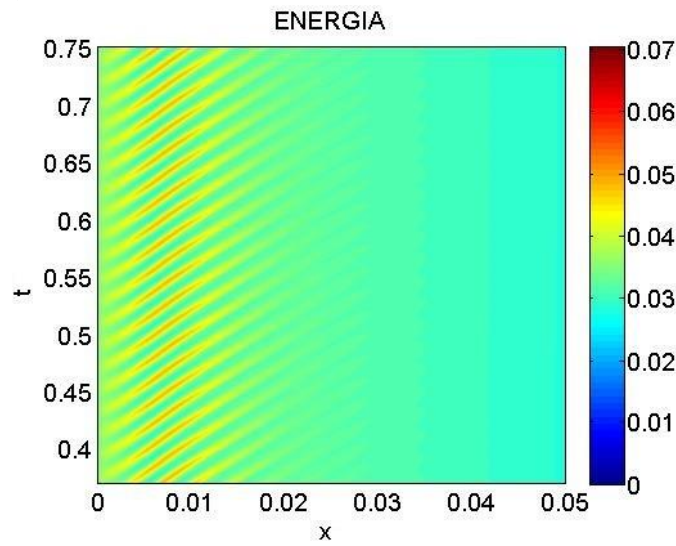


Figura 73. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=300$, $St=0.35$, $\mathcal{E}=0.01$

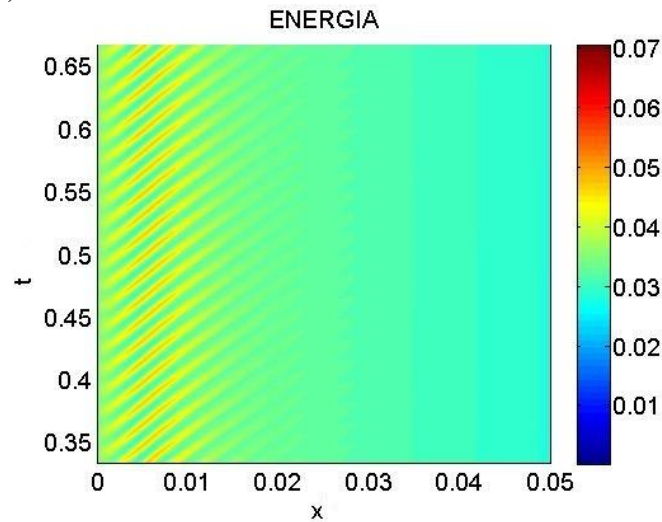


Figura 74. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=300$, $St=0.40$, $\mathcal{E}=0.01$

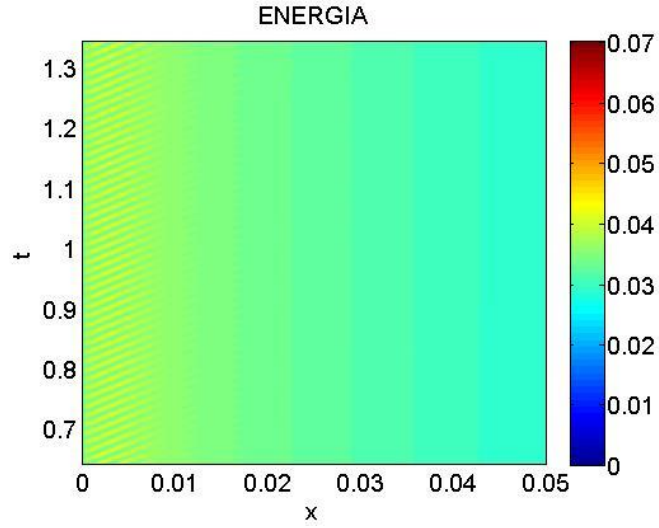


Figura 75. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=300$, $St=0.45$, $\mathcal{E}=0.01$

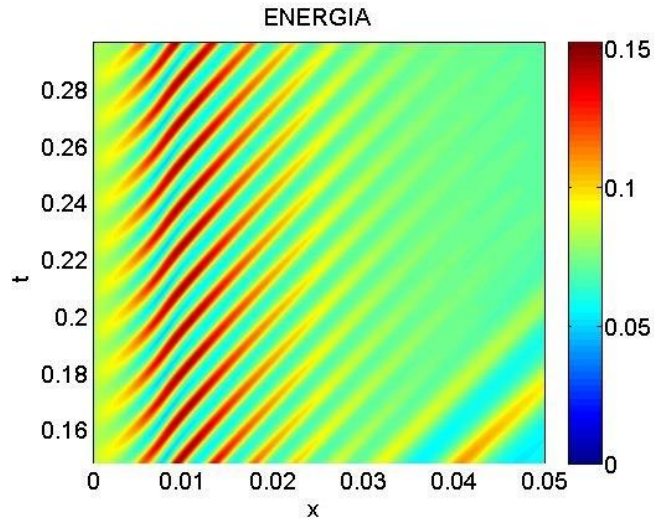


Figura 76. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=450$, $St=0.30$, $\mathcal{E}=0.01$

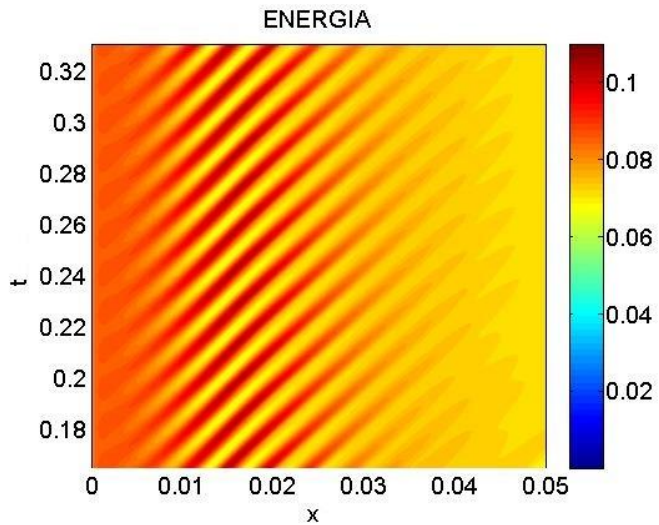


Figura 77. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=450$, $St=0.30$, $\mathcal{E}=0.001$

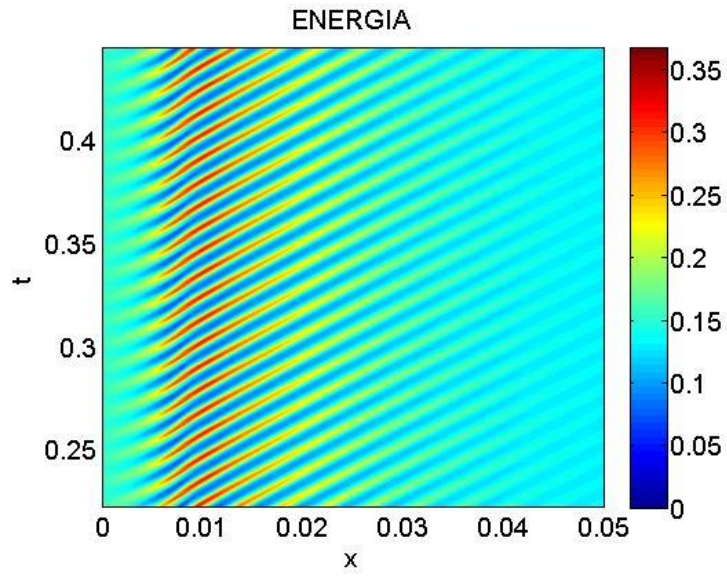


Figura 78. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=600$, $St=0.30$, $\mathcal{E}=0.01$

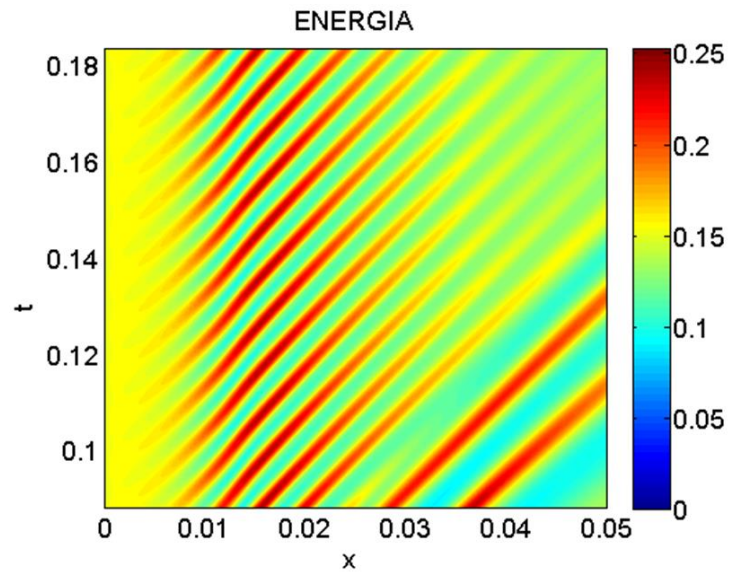


Figura 79. Diagrama espacio-temporal de la energía cinética tras la perturbación.
 $Re=600$, $St=0.30$, $\mathcal{E}=0.001$

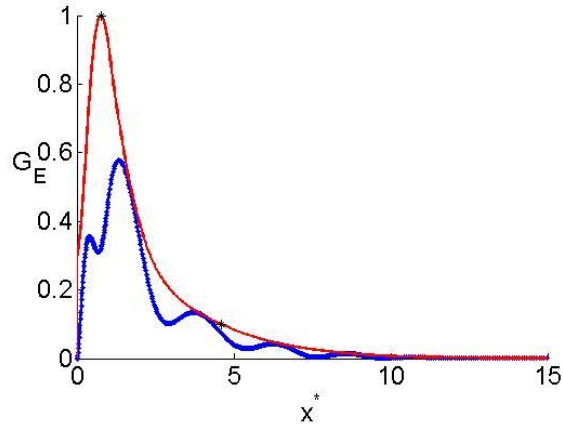


Figura 80. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.3$, $\mathcal{E}=0.01$ y $Re=60$.

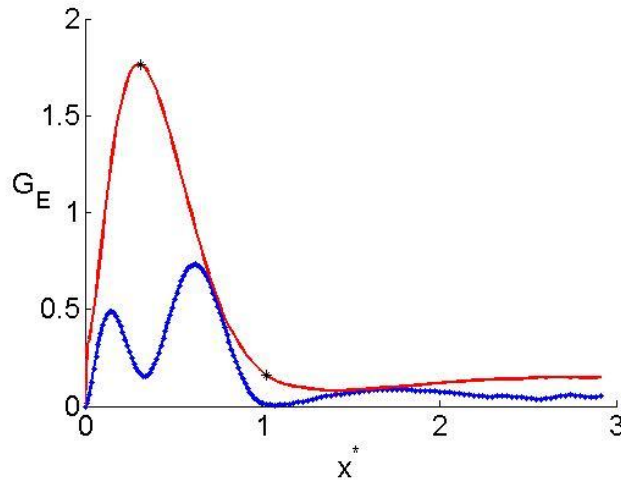


Figura 81. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.3$, $\mathcal{E}=0.001$ y $Re=60$.

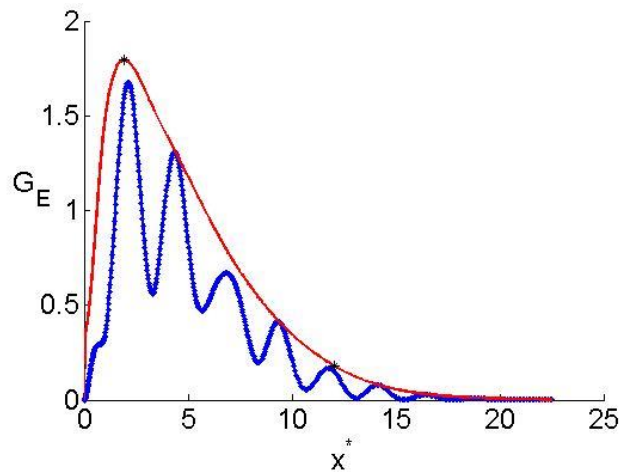


Figura 82. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.3$, $\mathcal{E}=0.01$ y $Re=110$.

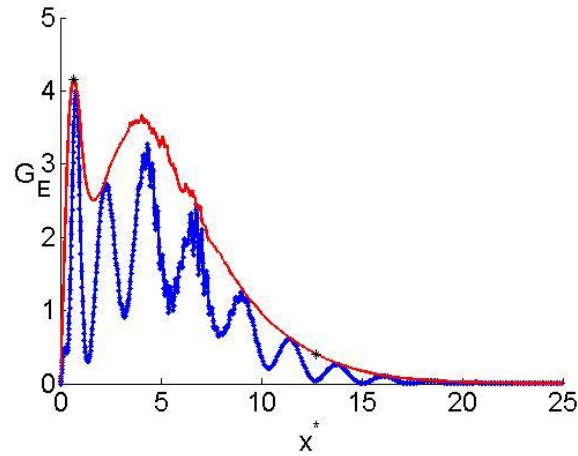


Figura 83. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.3$, $\mathcal{E}=0.001$ y $Re=110$.

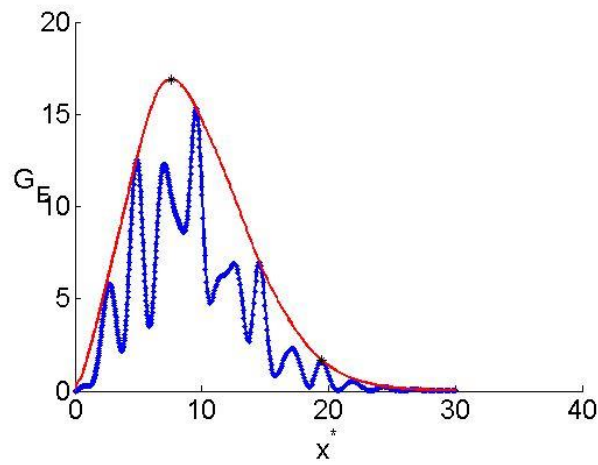


Figura 84. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.3$, $\mathcal{E}=0.01$ y $Re=200$.

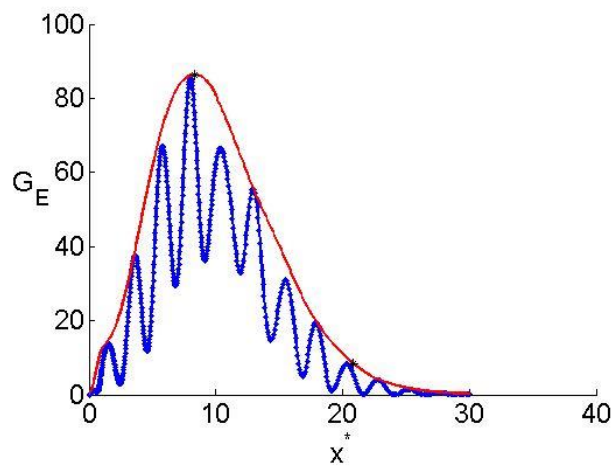


Figura 85. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.3$, $\mathcal{E}=0.001$ y $Re=200$.

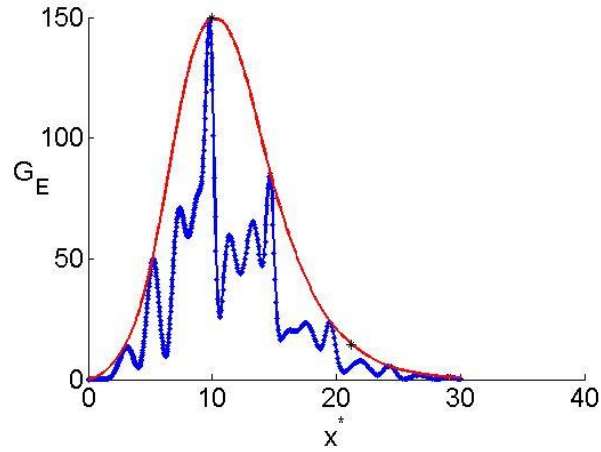


Figura 86. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.3$, $\mathcal{E}=0.01$ y $Re=300$.

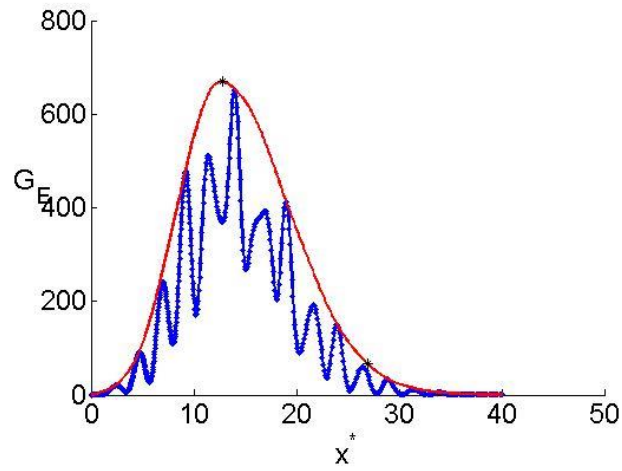


Figura 87. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.3$, $\mathcal{E}=0.001$ y $Re=300$.

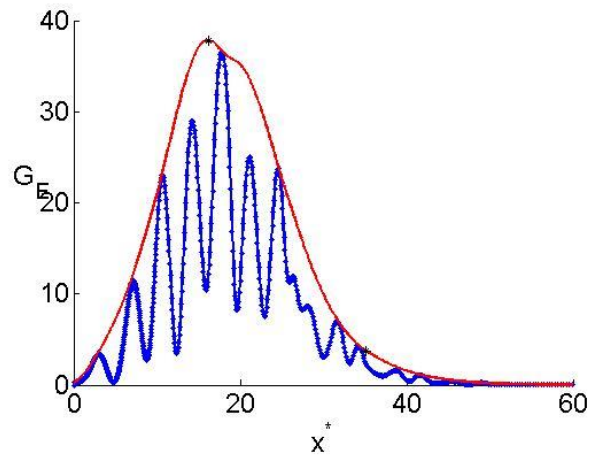


Figura 88. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.2$, $\mathcal{E}=0.01$ y $Re=300$.

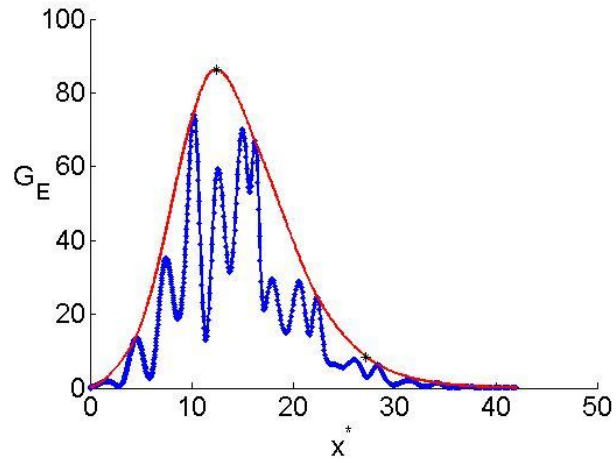


Figura 89. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.25$, $\mathcal{E}=0.01$ y $Re=300$.

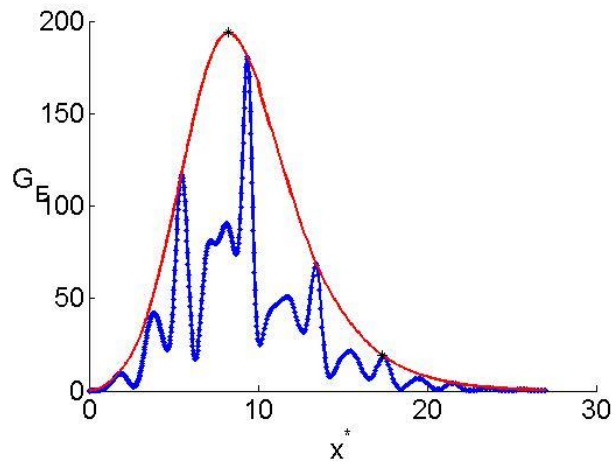


Figura 90. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.35$, $\mathcal{E}=0.01$ y $Re=300$.

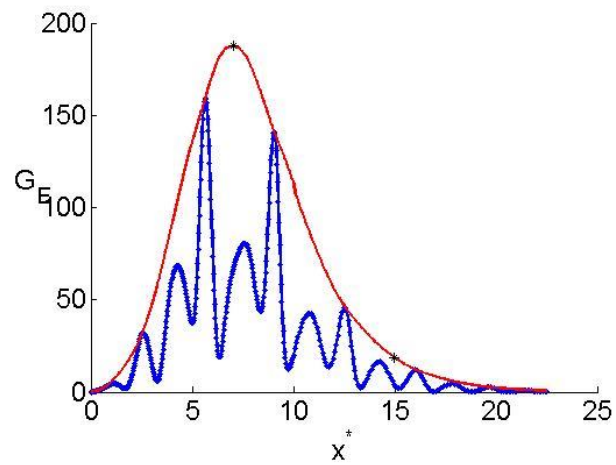


Figura 91. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.40$, $\mathcal{E}=0.01$ y $Re=300$.

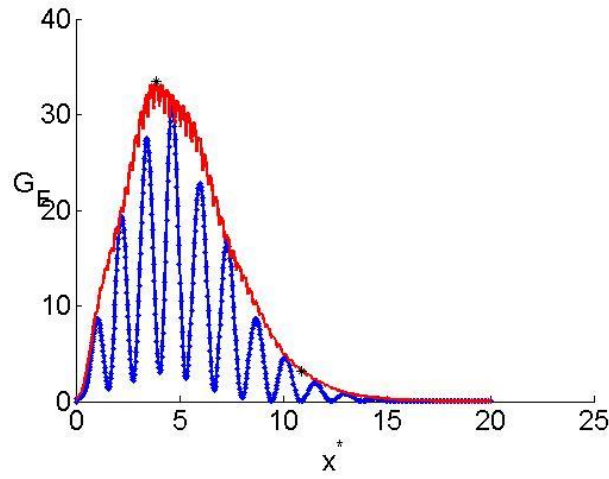


Figura 92. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.45$, $\mathcal{E}=0.01$ y $Re=300$.

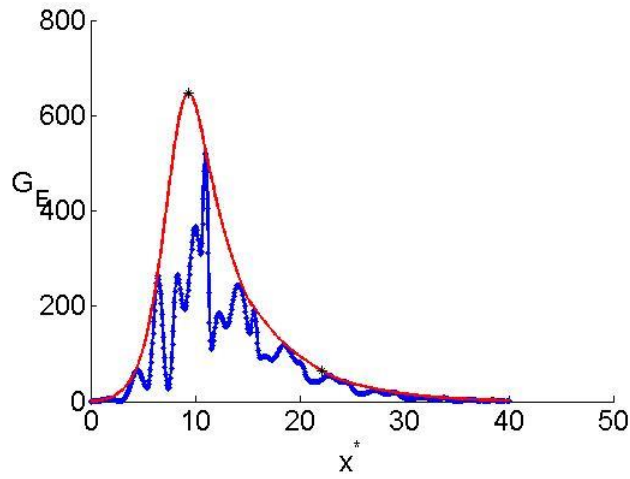


Figura 93. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.3$, $\mathcal{E}=0.01$ y $Re=450$.

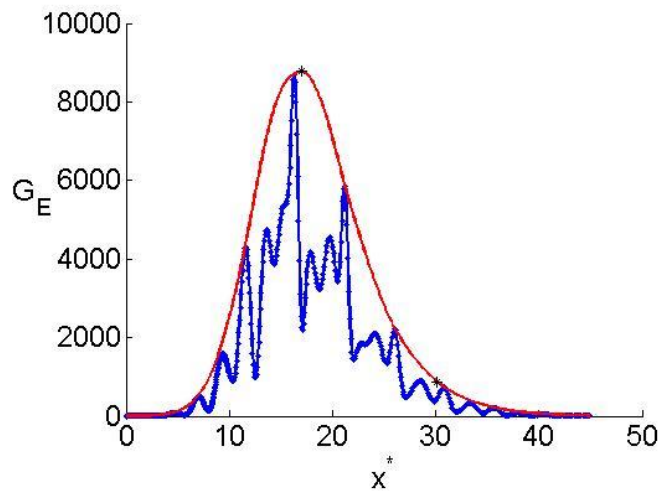


Figura 94. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.3$, $\mathcal{E}=0.001$ y $Re=450$.

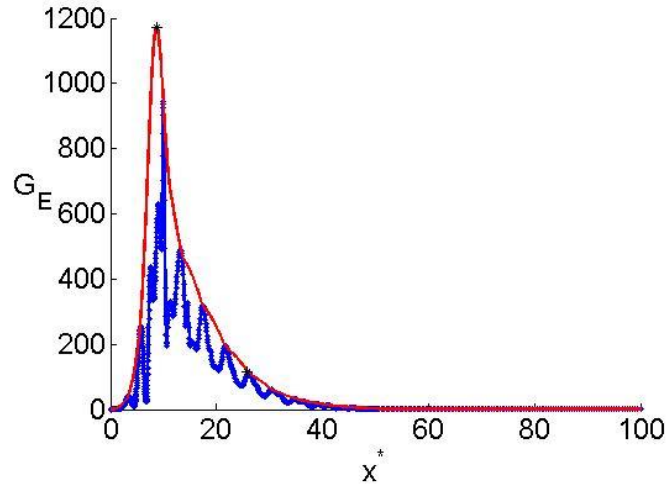


Figura 95. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.3$, $\mathcal{E}=0.01$ y $Re=600$.

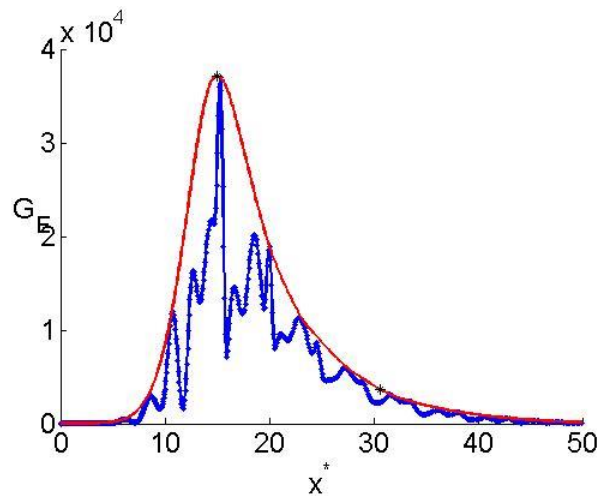


Figura 96. Distancia de estabilización y amplificación máxima de la perturbación en $r^*=1$, $St=0.3$, $\mathcal{E}=0.001$ y $Re=600$.

APÉNDICE B

Velocity_profiles

```
Dx1 = importdata('PLOTS_51.71.81\51x0.05');
Dx1 = Dx1.data;

Dx2 = importdata('PLOTS_51.71.81\71x0.05');
Dx2 = Dx2.data;

Dx3 = importdata('PLOTS_51.71.81\81x0.05');
Dx3 = Dx3.data;

rx1 = Dx1(:,1);
Ux1 = Dx1(:,2);

rx2 = Dx2(:,1);
Ux2 = Dx2(:,2);

rx3 = Dx3(:,1);
Ux3 = Dx3(:,2);

figure(1)
hold on
plot(rx1, Ux1, 'b-');
plot(rx2, Ux2, 'b--');
plot(rx3, Ux3, 'b-.');
xlabel('r');
ylabel('u');
```

Diagrama_espacio-temporal

```
datadir='C:\\Users\\Manuel\\Desktop\\fluent\\TRANS\\epsilon0.001\\Re60
';

iFin = 2000;
iIni = 0001;

Nt = iFin-iIni;
dt = 0.001111;

i = iIni;
fname = [datadir, '\\uv-', '%04d'];
M = importdata(sprintf(fname,i));
M = M.data;

x = M(:,2);
Nx = length(x);

Ut = zeros(Nt,Nx);
Vt = zeros(Nt,Nx);

n = 0;
for i = iIni:iFin

    display(n)
    fname = [datadir, '\\uv-', '%04d'];
    if (exist(sprintf(fname,i), 'file') ~= 0)
        n = n+1;
        t(n) = n*dt;
        M = importdata(sprintf(fname,i));
        M = M.data;

        M = sortrows(M,2);

        x = M(:,2);
        y = M(:,3);
        u = M(:,4);
        v = M(:,5);

        Ut(n,:) = u;
        Vt(n,:) = v;

        %plot(x,v,'b.-')
        %axis([0 0.1 -0.1 0.1])
        %pause(0.01)
        %xlabel('$x$')
        %drawnow
    else
        display(['el archivo ',num2str(i), ' no existe'])
    end

end

end
```



```

if n<Nt
    Ut(n+1:Nt,:) = [];
    Vt(n+1:Nt,:) = [];
end

Et = Ut.^2 + Vt.^2;

save([datadir, '\\x.mat'], 'x');
save([datadir, '\\t.mat'], 't');
save([datadir, '\\Ut.mat'], 'Ut');
save([datadir, '\\Vt.mat'], 'Vt');
save([datadir, '\\Et.mat'], 'Et');

figure
pcolor(x,t,Ut)
shading interp
xlabel('x');
ylabel('t');
title('VELOCIDAD AXIAL')

figure
pcolor(x,t,Vt)
shading interp
xlabel('x');
ylabel('t');
title('VELOCIDAD RADIAL')

figure
pcolor(x,t,Et)
shading interp
colorbar
colormap
xlabel('x');
ylabel('tosc');
title('ENERGIA')

```

Amplificación_onda

```
clear all, close all
datadir='C:\\Users\\Manuel\\Desktop\\fluent\\TRANS\\epsilon0.01\\Re300
\\st_0.45';
R = 0.001;
U = 0.3;
epsi = 0.01;
xtope = 0.02;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

load([datadir, '\\x.mat'], 'x');
load([datadir, '\\t.mat'], 't');
load([datadir, '\\Ut.mat'], 'Ut');
load([datadir, '\\Vt.mat'], 'Vt');
%load([datadir, '\\Et.mat'], 'Et');

siUt = size(Ut);

nFin = siUt(1)-2;
nIni = nFin-200;

% Calculamos u media
SumUt = zeros(1,length(x));
for n = nIni:1:nFin
    SumUt = SumUt + Ut(n,:);
end
AvgUt = SumUt/(nFin-nIni+1);

% Calculamos v media
SumVt = zeros(1,length(x));
for n = nIni:1:nFin
    SumVt = SumVt + Vt(n,:);
end
AvgVt = SumVt/(nFin-nIni+1);

% restamos u media y v media de u y v
for n = nIni:1:nFin
    Ut(n,:) = Ut(n, :)-AvgUt(1,:);
    Vt(n,:) = Vt(n, :)-AvgVt(1,:);
end

% calculamos la energía cinética de parte fluctuante
Et = Ut.^2 + Vt.^2;

% adimensionalizamos esta energía cinética
Et = Et/(epsi*U)^2;

% quitamos lo que ocurre lejos
[dummy, itope] = min(abs(x-xtope));
x = x(1:itope);
Et = Et(:,1:itope);

% calculamos la envolvente
EnvBis = zeros(1,length(x));
```

```

for n = nIni:1:nFin
    OscEt = Et(n,:);
    EnvBis = max(abs(EnvBis),abs(OscEt));
    figure(103)
    clf
    hold on
    plot(x,OscEt,'b. ');
    plot(x,EnvBis,'r. ');
    pause(0.001)
end
plot(x,EnvBis,'r.-')

% Calculamos la energía máxima
[Cmax,Imax] = max(EnvBis);
Xmax = x(Imax);

% Calculamos la x critica
FlagStop = 0;
for i = Imax:length(EnvBis)
    if (EnvBis(i) < 0.10*Cmax) && (FlagStop == 0)
        i10 = i;
        X10 = x(i10);
        FlagStop = 1;
    end
end

figure(99)
hold on
% La energía en el último instante del tiempo:
plot(x/R,OscEt,'b.-','LineWidth',2);
% La envolvente de la energía cinética:
plot(x/R,abs(EnvBis),'r-','LineWidth',2);
% el punto de maxima ganancia
plot(Xmax/R,Cmax,'k*')
% el x critico
plot(X10/R,EnvBis(i10),'k*')
set(gca,'FontSize',18)
xlabel('x^','FontSize',18)
ylabel('G_E','rotation',0,'FontSize',18)
saveas(99,'env.fig')
print(99,'-dpng','env.png')

Gint = trapz(x(1:i10)/R,EnvBis(1:i10));

display(['El x crítico es: ', num2str(X10/R)])
display(['La ganancia máxima: ', num2str(EnvBis(Imax))])
display(['La ganancia integrada: ',num2str(Gint)])

```

Respuesta_forzado

```
st = [0.2,0.25,0.3,0.35,0.4,0.45];
Re = [60,110,200,300,450,600];
E_300 = [37.8508,86.253,149.8559,193.7323,187.461,33.4342];
E_600 = [813.4225,910.5207,1172.121,1214.6147,1168.5821,429.5196];
x_300 = [35.132,27.2293,21.1982,17.3721,14.9734,10.8645];
x_600 = [49.7455,36.9756,25.7786,20.0061,17.5428,10.8645];
x_eps001 = [4.6112,12.0355,19.4665,21.1982,22.1363,25.7786];
x_eps0001 = [1.0213,12.7112,20.8281,26.9147,30.1459,30.5916];
E_eps001 = [0.99864,1.7972,16.8977,149.8559,647.2069,1172.121];
E_eps0001 = [1.7634,4.1487,86.3293,669.4822,8777.4869,37132.3922];
```

```
figure(1)
hold on
plot(st,E_300,'k-')
plot(st,E_600,'k--')
```

```
xlabel('St');
ylabel('E*');
```

```
figure(2)
hold on
plot(st,x_300,'k-')
plot(st,x_600,'k--')
```

```
xlabel('St');
ylabel('xc*');
```

```
figure(3)
hold on
plot(Re,x_eps001,'k-')
```

```
xlabel('Re');
ylabel('xc*');
```

```
figure(4)
hold on
plot(Re,E_eps001,'k-')
```

```
xlabel('Re');
ylabel('E*');
```

```
figure(5)
hold on
plot(Re,E_eps001,'k-')
plot(Re,E_eps0001,'k--')
```

```
xlabel('Re');
ylabel('E*');
```

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Valentino Todde, Pier Giorgio Spazzini y Mats Sandberg. ``*Experimental analysis of low-Reynolds number free jets*, '' 2009.
- [2] Andrus Viilu. ``*An experimental determination of the minimum Reynolds number for instability in a free jet*. '' Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass, 1962.
- [3] L. N. Howard, "*Hydrodynamic Stability of Jet*," Journal of Mathematics and Physics, vol. 37, 1959, pp. 283-298.
- [4] N. Curie, "*On Hydrodynamic Stability in Unlimited Fields of Viscous Flow*," Proceedings of The Royal Society, London, England, series A, vol. 238, 1957, pp. 489-501.
- [5] T. Tatsumi and T. Kakutani, "*The Stability of a Two-Dimensional Laminar Jet*," Journal of Fluid Mechanics, vol. 4, 1958 pp.261-275.
- [6] E. N. Da C'Andrade and L. C. Tsien, "*The Velocity Distribution in a Liquid Into Liquid Jet*," Philosophical Magazine, vol. 49, 1937, pp. 381-391.
- [7] E. N. Da C'Andrade, "*The Velocity Distribution in a Liquid Jet*," Philosophical Magazine, vol. 51, 1939, pp. 784-793.
- [8] U. Domm, H. Fabian, O. Wehrmann, and R. Wille, "*Contributions on the Mechanics of Laminar-Turbulent Transition of Jet Flow*," Final Report on Contract No. AF 61(514)-S0S, November, 1955.
- [9] M. Lessen, H. G. Lew, S. I. Pai, J. B. Fanucci, and J. A. Fox, "*Hydrodynamic Stability*," Pennsylvania State University, Department of Aeronautical Engineering and Department of Engineering Research Technical Report No. 2, May, 1954.
- [10] Ryuzo Ito y Tadachika Seno. ``*Efect of exit geometry on jet behavior*, '' Department of Chemical Engineering, Osaka University, Toyonaka 560, 1979.
- [11] K.B.M.Q. Zaman y J.M. Seiner. `` *Viscous effects on the instability of an aximmetric jet*, '' National Aeronautics and Space Administration Technical Memorandum 102396, February, 1990.
- [12] Ionut Danaila, Jan Dusek y Fabien Anselmetti. `` *Coherent structures in a round, spatially evolving, unforced, homogeneous jet at low Reynolds numbers*, '' American Institute of Physics, Phys. Fluids, Vol. 9, No. 11, November 1997, pp. 3323-3342

- [13] Ionut Danaila y B.J. Boersma. `` *Mode interaction in a forced homogeneous jet at low Reynolds numbers*, `` Center for Turbulence Research Proceedings of the Summer Program 1998, pp. 141-158.
- [14] P. O'Neill, J. Soria y D. Honnery. `` *The stability of low Reynolds number round jets*, `` Laboratory for Turbulence Research in Aerospace and Combustion, Monash University, Melbourne, 2004. pp. 473-483.
- [15] Chie Gau, C. H. Shen y Z. B. Wang. `` *Peculiar phenomenon of micro-free-jet flow*, `` Institute of Aeronautics and Astronautics and Center for Micro/Nano Science and Technology, National Cheng Kung University, Taiwan, Republic of China, 2009.
- [16] Juan Martin Cabaleiro y Jean-Luc Aider. `` *Axis-switching of a micro-jet*, `` Physics of Fluids (1994-present) 26, 031702 (2014).
- [17] A. B. Ripoll y M. P-S. Sánchez-Pastor. `` *Fundamentos y aplicaciones de la Mecánica de Fluidos*, `` McGraw-Hill. 2005 (pág89 sección 5.2.1. Resumen de las ecuaciones de Navier Stokes).
- [18] A. B. Ripoll y M. P-S. Sánchez-Pastor. `` *Fundamentos y aplicaciones de la Mecánica de Fluidos*, `` McGraw-Hill. 2005 (pág111 sección 6.1. Introducción del análisis dimensional).
- [19] A. B. Ripoll y M. P-S. Sánchez-Pastor. `` *Fundamentos y aplicaciones de la Mecánica de Fluidos*, `` McGraw-Hill. 2005 (pág 90 sección 5.2.2. Condiciones iniciales y de contorno).
- [20] A. B. Ripoll y M. P-S. Sánchez-Pastor. `` *Fundamentos y aplicaciones de la Mecánica de Fluidos*, `` McGraw-Hill. 2005 (pág 121 sección 6.5. Semejanza física).
- [21] Wilfried Coenen y Alejandro Sevilla. `` *The structure of the absolutely unstable regions in the near field of low-density jets*. `` Departamento de Mecánica de Fluidos, Universidad Carlos III de Madrid, Leganes, 2012.